

EFFETTI SULLA RIPARTIZIONE DEI CARICHI DOVUTI ALLA CONFIGURAZIONE DEI SATELLITI IN ROTISMI PLANETARI

M. Barsanti^a, M. Beghini^a, E. Ciulli^a, B. D. Monelli^a, D. Filippi^b

^a Università di Pisa - Dipartimento di Ingegneria Civile e Industriale, Largo L. Lazzarino, 56126 Pisa
email: m.barsanti@ing.unipi.it; m.beghini@ing.unipi.it; e.ciulli@ing.unipi.it; b.monelli@ing.unipi.it

^b AM TESTING - Via Padre Eugenio Barsanti 10, Loc. Ospedaletto, 56121 Pisa
email: d.filippi@amtesting.net;

Sommario

La conoscenza della ripartizione dei carichi sulle dentature è di cruciale importanza per la progettazione di rotismi planetari, in quanto permette di evitare che la trasmissione operi in condizioni non conformi alle specifiche, in cui possano avvenire rotture catastrofiche. La ripartizione del carico dipende sia dai parametri funzionali del rotismo (quali gioco dei cuscinetti, backlash, rigidità dei componenti) sia dal numero di satelliti impiegati. Il presente lavoro mira ad investigare come il numero di satelliti possa influenzare la ripartizione dei carichi applicati a una trasmissione tipicamente impiegata in campo eolico e come questi effetti vengano amplificati oppure attenuati dalla variazione di parametri funzionali (quali il gioco dei cuscinetti, le rigidità dei supporti e dell'ingranamento, ed il backlash) e dagli errori di montaggio. Lo studio è stato condotto impiegando un modello a parametri concentrati interamente parametrico che permette di identificare condizioni di malfunzionamento quali perdita di contatto e/o incuneamento oltre al carico agente su ciascun ingranamento in funzione dell'insieme dei suddetti parametri. Mappe di ripartizione del carico vengono proposte per rotismi aventi da tre a cinque satelliti.

Abstract

The knowledge of the distribution of loads on the teeth is of crucial importance for the design of planetary gearboxes, since it allows to avoid that the transmission operates in conditions that do not comply with the specifications, in which a catastrophic failure can take place. The load distribution depends both on the functional parameters of the gearing (such as bearing play, backlash, stiffness component) and on the number of planets. This paper aims to investigate how the number of planets will affect the distribution of loads applied to a transmission typically used in wind farms and how these effects are amplified or attenuated by the variation of operating parameters (such as bearing clearance, supports and tooth stiffness, and backlash) and the assembly errors. The study was conducted employing a lumped parameter model parametric spaces that allows to identify fault conditions such as loss of contact and/or wedging in addition to the load acting on each meshing on the basis of all of those parameters. Maps load distribution are proposed for gears having from three to five planets.

Parole chiave: Epicycloidali, modelli a parametri concentrati.

1. INTRODUZIONE

Il progetto di trasmissioni epicycloidali per applicazioni di potenza è un processo complesso che richiede una scelta attenta di molti parametri geometrici e dei materiali dalle proprietà meccaniche opportune. La

conoscenza dei carichi applicati ai denti degli ingranaggi e sui cuscinetti è un'informazione cruciale nei vari stadi del progetto perché alcuni fenomeni riguardanti il contatto fra i denti, che possono divenire pericolosi nei regimi di funzionamento previsti, debbono essere assolutamente evitati. Inoltre, in alcune condizioni, si può verificare il disallineamento fra alcuni degli organi costituenti la trasmissione dovuto sia a errori di montaggio sia a un'applicazione non voluta di carichi. Queste condizioni possono condurre all'instaurarsi di condizioni di funzionamento che non sono in accordo con le specifiche di progetto della trasmissione, quali la perdita di contatto o l'incuneamento di denti del satellite fra i denti della corona o del solare. Il termine *incuneamento* indica solitamente la condizione anomala di contatto sia del fianco attivo del dente di un satellite, sia di quello passivo.

Il presente lavoro mostra ulteriori sviluppi di un modello a parametri concentrati che può calcolare i carichi agenti sulle dentature sotto condizioni che possono essere posti come parametri di input. Il modello è stato concepito in modo da risultare completamente parametrico, in modo da poter evidenziare l'influenza di ciascuno dei parametri costruttivi e geometrici sulla ripartizione dei carichi sui satelliti. Il modello, in una sua prima versione [1, 2], è stato utilizzato inserendo valori dei parametri adatti a descrivere trasmissioni di potenza per uso aeronautico. In una versione migliorata, descritta in [3], sono stati introdotti fra i parametri anche i giochi dei cuscinetti, ed in [4] è stato sviluppato un caso di studio per trasmissioni per turbine eoliche. In questo lavoro si descrive invece l'effetto del numero di satelliti sulla ripartizione del carico a parità di geometria e di sollecitazione esterna.

2. DESCRIZIONE DEL ROTISMO

In [5, 6] si riporta uno studio della ripartizione del carico in rotismi epicicloidali assumendo un numero di satelliti variabile da 2 a 7; un approccio probabilistico per sviluppare una progettazione affidabile in presenza di aleatorietà è mostrato in [7]. L'approccio solitamente utilizzato è basato sulla modellizzazione del contatto fra i denti tramite una molla unidirezionale (compressione) tangente alle circonferenze di base, diretta lungo la linea di azione (vedi Fig. 1a)), assumendo che tutti i componenti siano perfettamente rigidi. Il modello descritto nel presente lavoro permette lo studio di rotismi epicicloidali sia in configurazione ordinaria che epiciclica; il numero di satelliti può essere arbitrariamente variato. Il codice calcola i carichi sui denti e il fattore di ripartizione del carico dati la coppia in ingresso e il disallineamento fra gli alberi del solare della corona.

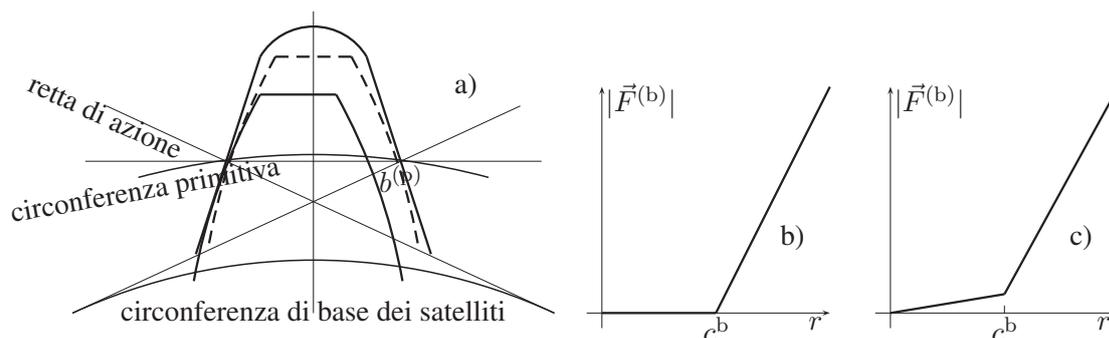


Figura 1. a) Rette di azione delle forze sui fianchi attivo e passivo del dente nel contatto fra satellite e corona; è mostrato il gioco circonferenziale $b^{(p)}$. b) Modellizzazione del contatto fra satellite e cuscinetto nel caso ideale. c) Modello attualmente implementato nel codice di calcolo.

Il riduttore studiato nel presente lavoro è un rotismo planetario, con funzionamento di tipo ordinario. È composto da una corona, un solare, un portasatelliti e un numero di satelliti variabile da 3 a 5. Il disallineamento fra l'albero del solare della trasmissione e l'albero del portasatelliti viene realizzato traslando sia l'albero del solare che il supporto del portasatelliti.

3. MODELLIZZAZIONE DELLE FORZE

Il calcolo delle forze di contatto fra i vari organi del rotismo è basato sulla legge di Hooke. Se la differenza $\Delta \vec{x}$ degli spostamenti proiettati lungo la retta di azione e la rigidità dell'ingranamento k^t sono

note, la forza che agisce sui denti può essere calcolata usando la relazione (1).

$$\vec{F} = \begin{cases} k^t \Delta \vec{x} & \text{se i denti sono in contatto} \\ 0 & \text{se i denti non sono in contatto} \end{cases} \quad (1) \quad |\vec{F}^{(b)}| = \begin{cases} 0 & \text{se } |r| \leq c^{(b)} \\ k^{(b)}(r - c^{(b)}) & \text{se } r > c^{(b)}. \end{cases} \quad (2)$$

Lo stesso tipo di approccio è utilizzato anche da altri autori che introducono nel modello la possibilità che, durante il funzionamento del rotismo, possa avvenire il contatto su entrambi i fianchi del dente. Questo approccio consente di dimensionare correttamente il gioco fra i denti. Per quanto riguarda la forza fra satellite e portasatellite, l'intensità della forza $|\vec{F}^{(b)}|$, dovuta al contatto fra il satellite e il cuscinetto montato sul perno del portasatelliti, può essere calcolata utilizzando la formula(2), dove r è la distanza fra l'asse del perno di supporto e l'asse del satellite, $k^{(b)}$ è la rigidità del cuscinetto e $c^{(b)}$ è il gioco (vedi Fig. 1b)). Nell'attuale implementazione del modello, la semplice espressione (2) è leggermente modificata. Tra ogni cuscinetto e il suo perno, si introduce un'ulteriore molla di rigidità $k_0^{(b)} \ll k^{(b)}$. Con questa modellizzazione del contatto, mostrata in Fig. 1c), il rango della matrice di rigidità non diminuisce quando il satellite non è più in contatto con il solare (o con la corona), quindi è possibile calcolare la posizione dell'asse del satellite in qualunque condizione.

Inoltre, sull'asse del satellite è stata inserita una molla torsionale di rigidità trascurabile $\mu_0^{(p)}$ in modo da poter calcolare la posizione angolare del satellite in qualunque condizione. Per modellare l'effetto dell'attrito sui cuscinetti, è stata inserita su ciascun satellite una piccola coppia di attrito T_{fric} . Tale coppia contribuisce ad assicurare la stabilità numerica dell'algoritmo per quanto riguarda il calcolo della posizione angolare.

4. GENERALITÀ SUL MODELLO A PARAMETRI CONCENTRATI

Le ipotesi su cui è basato questo modello sono:

- Modello 2D
- Angolo di pressione costante
- Portasatelliti rigido
- Attrito fra i denti trascurabile
- Rigidità di ingranamento costante

4.1 Definizione dei parametri geometrici del modello e lista dei simboli

I parametri che descrivono la geometria della trasmissione sono i seguenti:

- numero dei satelliti e posizione dei perni di supporto
- raggi di base di corona, solare e satelliti
- angolo di pressione
- disallineamento fra il centro del portasatelliti e il centro della corona
- giochi dei cuscinetti (se necessario, si possono differenziare i giochi fra i vari cuscinetti)
- gioco fra i denti degli ingranaggi.

Corona e solare possono ruotare intorno ad alberi le cui rigidità (stimate con criteri ragionevoli) debbono essere inseriti come parametri del modello. Pertanto è necessario fornire al modello anche i parametri che descrivono le proprietà meccaniche dei materiali:

- rigidità torsionali e di taglio degli alberi della corona e del solare
- rigidità dell'ingranamento
- rigidità dei cuscinetti

Il portasatelliti è considerato come un corpo perfettamente rigido ed è direttamente collegato al telaio tramite un supporto ad elevata rigidità. I satelliti sono ingranaggi a denti dritti con profilo ad evolvente di cerchio, la rigidità dell'ingranamento k^t viene assunta costante.

Applicando una coppia T (momento esterno) in senso orario, e ipotizzando che il rotismo operi in configurazione ordinaria, si identificano quali molle (che modellano la rigidità dei denti, come mostrato in Fig. 2) sono in compressione, al fine di individuare quali fianchi attivi dei denti sono effettivamente in contatto. Per quanto riguarda le deformabilità degli alberi, due molle bidirezionali sono state inserite lungo le direzioni dei vettori $e_{1,g}$ e $e_{2,g}$ (vedi Fig. 2), con rigidità pari a quelle del corrispondente albero. Le molle della campana solidale alla corona sono collegate al telaio. Le molle che caricano il solare sono connesse sia al telaio che al portasatelliti, che si assume possa muoversi solamente lungo la direzione di $e_{2,g}$ (vedi Fig. 2). Per rendere possibile l'equilibrio dei momenti, sono stati inserite le rigidità torsionali degli alberi del solare e della corona. I simboli utilizzati per i parametri geometrici e per le caratteristiche meccaniche sono mostrati in tabella 1.

Tabella 1. Lista dei simboli per i parametri geometrici e meccanici utilizzati nelle formule.

Parametri geometrici	Simbolo	Parametri meccanici	Simbolo
Raggio di base del solare	$r^{(s)}$	Rigidità a taglio dell'albero del solare	$k^{(s)}$
Distanza fra i centri del solare e dei cuscinetti	$r^{(c)}$	Rigidità torsionale dell'albero del solare	$\mu^{(s)}$
Raggio di base della corona	$r^{(r)}$	Rigidità a taglio dell'albero della corona	$k^{(r)}$
Raggio di base dei satelliti	$r^{(p)}$	Rigidità torsionale dell'albero della corona	$\mu^{(r)}$
Angolo di pressione	α	Rigidità radiale dei cuscinetti	$k^{(b)}$
Gioco dei satelliti	$b^{(p)}$	Rigidità dell'ingranamento	k^t
Gioco del cuscinetto i -esimo	$c_i^{(b)}$	Momento delle forze esterne	T
Posizione angolare dei perni di supporto	ϕ_i	Disallineamento	δ_y

4.2 Simboli e notazione

Definiamo i simboli usati per indicare le variabili che costituiscono il modello. Ciascun simbolo relativo a ciascun tipo di componente è etichettato con una lettera posta ad apice fra parentesi tonde (j), dove $j = c, r, s, b, p$ sta rispettivamente per planet carrier, ring (corona), sun, bearing centre (cuscinetto), planet (satellite). Le posizioni dei centri e le rotazioni dei componenti sono indicate coi simboli $x^{(j)}, y^{(j)}, \theta^{(j)}$. Per solare, corona and portasatelliti, le coordinate sono riferite al sistema fisso $e_{1,g}, e_{2,g}$ ancorato al telaio (ground) e avente origine O sull'asse del portasatelliti. Per satelliti e cuscinetti, le coordinate sono riferite a sistemi ruotati $e_{1,i}, e_{2,i}$ aventi origine sui centri dei cuscinetti. Nello sviluppo dei calcoli numerici, può essere utile introdurre la lunghezza $s^{(j)}$ dell'arco di rotazione del componente j rispetto al sistema fisso per portasatelliti, corona e solare, e rispetto ai sistemi ruotati per i satelliti. Quindi $s^{(j)} = r^{(j)} \cdot \theta^{(j)}$, dove $r^{(j)}$ è il raggio del componente j .

Un modello di rotismo con n_p satelliti è descritto da $7 + 3 \times n_p$ variabili. All'inizio del calcolo, il centro del portasatelliti è posizionato in O ; durante il calcolo, $x^{(c)} = 0$ e $y^{(c)} = \delta_y$ (valore imposto del disallineamento), quindi la configurazione del portasatelliti è descritta da una sola variabile che è la lunghezza dell'arco di rotazione $s^{(c)}$. Per gli n_p satelliti sono necessarie $3n_p$ variabili: $x_i^{(p)}, y_i^{(p)}, \theta_i^{(p)}$ (oppure $s_i^{(p)}$), dove $i = 1, \dots, n_p$ è un indice che identifica ciascuno dei satelliti. Per comodità vengono introdotti i sistemi $e'_{1,i}, e'_{2,i}$ aventi le loro origini nei centri dei vari satelliti, e che sono una traslazione dei sistemi $e_{1,i}, e_{2,i}$. Tutti questi sistemi sono quindi ruotati di un angolo ϕ_i misurato fra i vettori $e_{1,g}$ e $e_{1,i}$. Le condizioni all'ingresso sono quindi il disallineamento δ_y ottenuto traslando unicamente il portasatelliti e il carico T applicato al portasatelliti tramite una coppia esterna.

In Fig. 2 sono mostrati il sistema di riferimento principale collegato al telaio, uno dei sistemi di riferimento centrato sui perni solidali al portasatelliti e uno dei sistemi di riferimento solidali ai satelliti. La posizione assoluta dei perni dipende dal disallineamento δ_y e dalla lunghezza d'arco di rotazione del por-

tasatelliti $s^{(c)}$. Le coordinate cartesiane dello spostamento dei perni, proiettato sul sistema di riferimento solidale al telaio (nel quale vengono definite le posizioni di riferimento dei perni stessi) sono: $\delta_y \sin(\phi_i)$ e $s^{(c)} + \delta_y \cos(\phi_i)$. Di conseguenza, le coordinate della posizione del centro di ciascun satellite rispetto al proprio perno saranno $x_i^{(p)} + \delta_y \sin(\phi_i)$ e $y_i^{(p)} + s^{(c)} + \delta_y \cos(\phi_i)$.

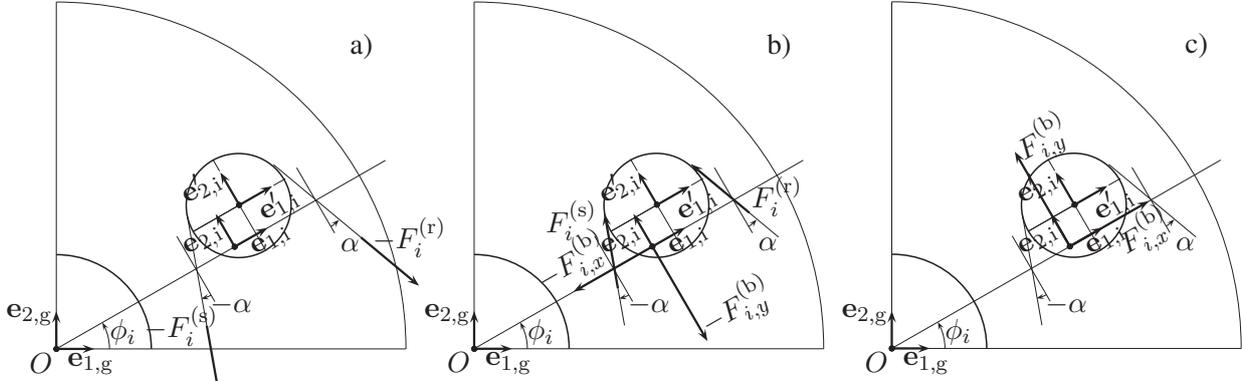


Figura 2. a) Forze agenti su solare e corona. b) Forze agenti su uno dei satelliti. c) Forze agenti sul portasatelliti.

4.3 Calcolo delle forze sugli elementi del rotismo

Se si proietta lo spostamento del centro del solare sulla retta di azione interna, è possibile ottenere la compressione della molla tra satellite e solare dal lato attivo (drive) del solare:

$$co_d^{(s)} = y^{(s)} \cos(\alpha - \phi_i) + x^{(s)} \sin(\alpha - \phi_i).$$

In maniera simile, se si proietta lo spostamento del centro di ciascun satellite sulla retta di azione interna, è possibile ottenere la compressione della molla fra satellite e solare dal lato attivo (drive) del satellite:

$$co_d^{(p)} = \sin(\alpha)[x_i^{(p)} + \delta_y \sin(\phi_i)] + \cos(\alpha)[r^{(c)} + y_i^{(p)} + \delta_y \cos(\phi_i)].$$

La differenza fra questi due spostamenti fornisce la compressione totale della molla fra solare e satellite:

$$d_d^{(s)} = \{y^{(s)} \cos(\alpha - \phi_i) + x^{(s)} \sin(\alpha - \phi_i) + s^{(s)} - \sin(\alpha)[x_i^{(p)} + \delta_y \sin(\phi_i)] - \cos(\alpha)[r^{(c)} + y_i^{(p)} + \delta_y \cos(\phi_i)] + s_i\}.$$

Quindi la forza $F_i^{(s)}$ agente sull' i -esimo satellite dovuta alla molla fra il solare e l' i -esimo satellite è:

$$F_i^{(s)} = k^t \cdot \chi_i^{(s)} \cdot \{y^{(s)} \cos(\alpha - \phi_i) + x^{(s)} \sin(\alpha - \phi_i) + s^{(s)} - \sin(\alpha)[x_i^{(p)} + \delta_y \sin(\phi_i)] - \cos(\alpha)[s^{(c)} + y_i^{(p)} + \delta_y \cos(\phi_i)] + s_i^{(p)}\},$$

dove $\chi_i^{(s)} = 1$ se il solare e il fianco attivo dell' i -esimo satellite sono in contatto, 0 altrimenti.

Allo stesso modo, la forza sull' i -esimo satellite dovuta alla molla fra la corona e l' i -esimo satellite è:

$$F_i^{(r)} = k^t \cdot \chi_i^{(r)} \cdot \{y^{(r)} \cos(\alpha + \phi_i) - x^{(r)} \sin(\alpha + \phi_i) + s^{(r)} - \cos(\alpha)[s^{(c)} + y_i^{(p)} + \delta_y \cos(\phi_i)] + \sin(\alpha)[x_i^{(p)} + \delta_y \sin(\phi_i)] - s_i^{(p)}\},$$

dove $\chi_i^{(r)} = 1$ se la corona e il fianco attivo dell' i -esimo satellite sono in contatto, 0 altrimenti.

È possibile calcolare anche le espressioni delle forze agenti sui fianchi passivi dei denti proiettando gli spostamenti sulle rette di azione esterne e sottraendo il gioco. Anche per questi contatti vengono definiti dei flags che consentono di attivare le forze quando il fianco passivo del satellite entra in contatto col solare o con la corona. Le espressioni che si ottengono sono molto simili a quelle già trovate e non vengono qui riportate per semplicità. Il calcolo di queste forze eventualmente presenti è necessario per valutare la condizione di incuneamento.

Le forze agenti sui cuscinetti dipendono dalla posizione dei satelliti, dal gioco presente nei cuscinetti e dalla loro rigidità. Se definiamo $r_i = \sqrt{[x_i^{(p)}]^2 + [y_i^{(p)}]^2}$, la forza $\vec{F}_i^{(b)}$ agente sull' i -esimo cuscinetto

$$\text{(considerando il sistema di riferimento solidale a ciascun perno)} \text{ è } \vec{F}_i^{(b)} = \left[\frac{k_{(b)} \cdot \xi_i \cdot (r_i - c_i^{(b)})}{r_i} + k_0^{(b)} \right].$$

$(x_i^{(p)} \mathbf{e}_{1,i} + y_i^{(p)} \mathbf{e}_{2,i})$ dove, di nuovo, $\xi_i = 1$ se l' i -esima coppia cuscinetto-satellite è in contatto, 0 altrimenti.

4.4 Equazioni di equilibrio

Le $7 + 3 \times n_p$ equazioni algebriche che permettono di determinare la configurazione di equilibrio in assenza di incuneamento, che si ottengono applicando le equazioni cardinali della statica, sono:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n_p} F_i^{(s)} \cdot \sin(\phi_i - \alpha) - k^{(s)} \cdot x^{(s)} = 0 \\ \sum_{i=1}^{n_p} -F_i^{(s)} \cdot \cos(\phi_i - \alpha) - k^{(s)} \cdot y^{(s)} = 0 \\ \sum_{i=1}^{n_p} -F_i^{(s)} \cdot r^{(s)} - \mu^{(s)} \cdot \theta^{(s)} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \sum_{i=1}^{n_p} -F_i^{(r)} \cdot \sin(\phi_i + \alpha) - k^{(r)} \cdot x^{(r)} = 0 \\ \sum_{i=1}^{n_p} -F_i^{(r)} \cdot \cos(\phi_i + \alpha) - k^{(r)} \cdot y^{(r)} = 0 \\ \sum_{i=1}^{n_p} -F_i^{(r)} \cdot r^{(r)} - \mu^{(r)} \cdot \theta^{(r)} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left(F_i^{(r)} - F_i^{(s)} \right) \cdot r^{(p)} - \mu_0^{(p)} \cdot \theta_i - T_{\text{fric}} = 0 \\ \left(F_i^{(s)} - F_i^{(r)} \right) \cdot \sin \alpha - F_{x,i}^{(b)} = 0 \\ \left(F_i^{(s)} + F_i^{(r)} \right) \cdot \cos \alpha - F_{y,i}^{(b)} = 0 \end{cases} \quad (i = 1, \dots, n_p) \quad \sum_{i=1}^{n_p} F_{y,i}^{(b)} \cdot r^{(c)} - T = 0$$

dove $F_i^{(s)}$ e $F_i^{(r)}$ dipendono a loro volta dalle incognite, come descritto nelle equazioni mostrate nel paragrafo precedente.

5. DESCRIZIONE DEL CODICE

Il modello descritto nei paragrafi precedenti è stato implementato sviluppando una procedura in ambiente Matlab©. Questo codice calcola le forze che agiscono su ciascun satellite, anche in condizione di perdita di contatto fra i denti, determinando così quali satelliti sono in contatto col solare o con la corona. È inoltre possibile determinare le condizioni di funzionamento del rotismo per le quali si verifica l'incuneamento. Poiché le equazioni dipendono dal numero di satelliti in presa, è stato sviluppato un sottoprogramma per la scrittura automatica (in forma simbolica) della matrice di rigidezza del riduttore. Tale modulo permette una facile implementazione della deformabilità di ulteriori componenti, che non sono stati volutamente inseriti nel presente modello per valutare l'influenza dei componenti meno rigidi.

5.1 Aspetti numerici del solutore utilizzato

Per la risoluzione del sistema di equazioni algebriche (non lineare), è stato utilizzato il metodo di Newton-Raphson; esso richiede la conoscenza della matrice Jacobiana che viene calcolata numericamente. Questa routine è mostrata nella parte sinistra della Fig. 3. Il diagramma di flusso mostrato nella parte destra della Fig. 3 mostra svariati cicli. Il ciclo più interno viene ripetuto finché l'errore sulla soluzione diviene più piccolo di un valore prefissato, all'uscita di questo ciclo è quindi disponibile una soluzione che viene utilizzata per determinare lo stato dei gap. In questo modo è possibile identificare le condizioni di perdita di contatto. Nel caso in cui venga rilevata una perdita di contatto, la matrice di rigidezza del rotismo viene modificata eliminando l'influenza dei satelliti che non sono in contatto con corona o solare. Durante i vari cicli più esterni di iterazione, ogni satellite viene continuamente monitorato, in modo tale da assicurarsi che i satelliti che hanno perso il contatto restino in tale stato e che nessuno di essi entri nuovamente in contatto. Se questo accade, la matrice di rigidezza viene modificata di conseguenza. Un altro ciclo è necessario per i progressivi incrementi del disallineamento. Una volta che sono note le posizioni e le orientazioni angolari, è possibile calcolare le forze di contatto agenti sui vari componenti del rotismo (indicate con F_i nella Fig. 3) e determinare se, in tale configurazione, sono presenti forze sul fianco passivo dei denti. Quando l'intensità di una delle forze agenti sul fianco passivo supera il valore di 1 kN, si identifica una condizione di incuneamento e, poiché il rotismo si trova in una condizione operativa non accettabile, il programma arresta il calcolo. È infine possibile variare alcuni dei parametri geometrici durante l'effettuazione dei calcoli delle forze, assegnando ad essi dei valori aleatori, in modo da poter effettuare delle simulazioni Monte Carlo.

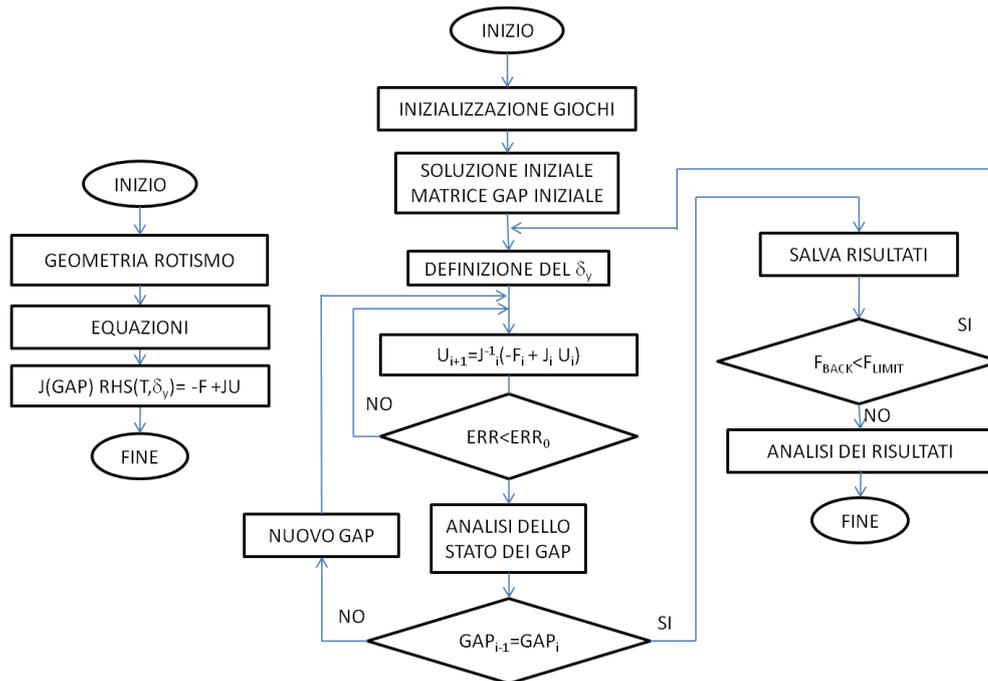


Figura 3. Diagramma di flusso del programma. Sulla sinistra è mostrata la subroutine per il calcolo numerico della matrice Jacobiana. Sulla destra sono invece mostrati i cicli di controllo per il calcolo della soluzione, la determinazione delle perdite di contatto e della condizione di incuneamento.

Tabella 2. Principali parametri costruttivi della trasmissione presa in esame.

Parametri	Valori	Unità di misura
Diametro primitivo del solare	224	mm
Diametro primitivo della corona	952	mm
Diametro primitivo dei satelliti	364	mm
Raggio del portasatelliti	294	mm
Rigidezza dell'ingranamento	4.00	MN/mm
Angolo di pressione	24.6	°
Gioco circonferenziale	0.482	mm
Rigidezza a taglio della struttura di supporto della corona	4.56	MN/mm
Rigidezza a torsione della struttura di supporto della corona	24.4	MN·mm/rad
Rigidezza a taglio dell'albero del solare	3.55	MN/mm
Rigidezza a torsione dell'albero del solare	3.02	MN·mm/rad
Rigidezza radiale dei cuscinetti portasatelliti	2.19	MN/mm

6. DESCRIZIONE DEL PROBLEMA IN ESAME E SUA MODELLIZZAZIONE

Nella tabella 2 sono mostrati i principali parametri funzionali del rotismo investigato. I valori sono tratti da [8, 9]. La trasmissione è costituita da un rotismo planetario, con un numero di satelliti variabile da 3 a 5 supportati tramite un portasatelliti e da cuscinetti caricati radialmente. Le ruote sono a denti dritti, con profilo ad evolvente di cerchio. L'angolo di pressione è 24.6°. Il solare e la corona sono montati su supporti cedevoli, le cui rigidezze (torsionale e di taglio) sono riportate in tabella 2. La corona è rigidamente collegata al telaio, mentre l'albero di uscita è collegato al solare. Il momento esterno è applicato al portasatelliti.

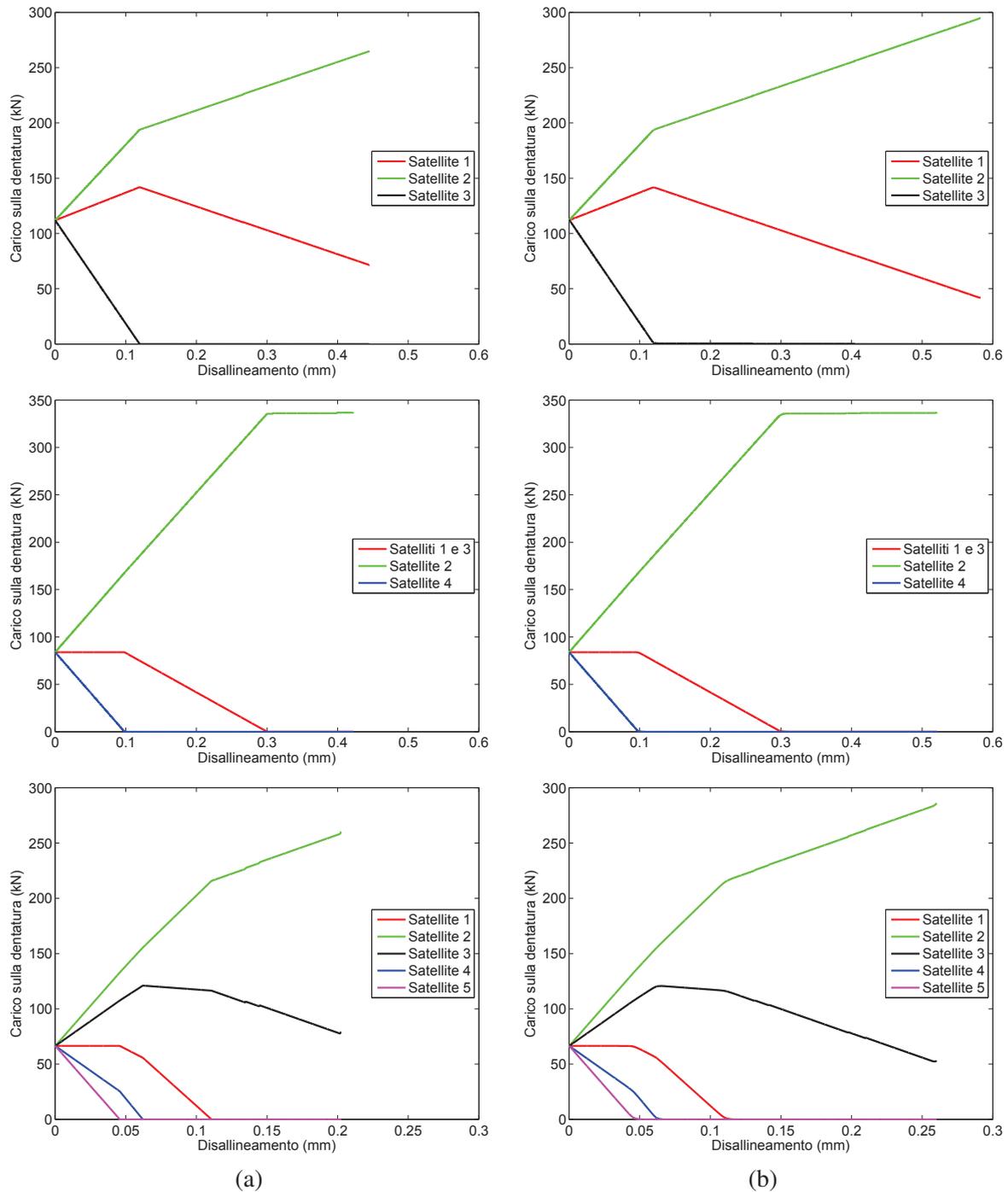


Figura 4. Forze agenti sui denti dei satelliti in funzione del disallineamento. (a) Assenza di gioco dei cuscinetti. (b) Gioco pari a $100 \mu\text{m}$.

7. ANALISI DEI RISULTATI

Nel presente paragrafo sono riassunti i principali risultati forniti dal modello che è stato sviluppato. I calcoli sono stati effettuati assumendo un momento esterno pari a $180 \text{ kN}\cdot\text{m}$ e un disallineamento δ_y del portasatelliti rispetto alla sua posizione corretta (in asse con l'albero del solare) variabile fra 0 e 0.7 mm. La figura 4 mostra l'andamento delle forze agenti sulle dentature dei satelliti in funzione di δ_y sia nel caso di assenza di giochi nei cuscinetti (4 a)), sia nel caso di gioco pari a $100 \mu\text{m}$, uguale in tutti i cuscinetti (4 b)) per i tre rotismi in cui sono presenti 3, 4 oppure 5 satelliti. Sono ben visibili i valori di δ_y per i quali avvengono i distacchi dei vari satelliti, evidenziati da bruschi cambi di pendenza delle rette. Si osserva che i valori di δ_y per i quali si verificano i distacchi non dipendono dalla presenza del gioco dei cuscinetti,

e che anche le pendenze delle rette non mostrano variazioni significative. Questo è dovuto all'effetto di stabilizzazione della coppia esterna, che simultaneamente chiude tutti i giochi presenti. Al contrario, il valore di δ_y per il quale si verifica incuneamento dipende dall'ampiezza del gioco. Al variare del disallineamento, il satellite sul quale la forza agente sul lato passivo è > 1 kN è sempre lo stesso, e resta tale anche al variare dal gioco dei cuscinetti, troppo piccolo (nei casi qui descritti) per poter modificare questo effetto.

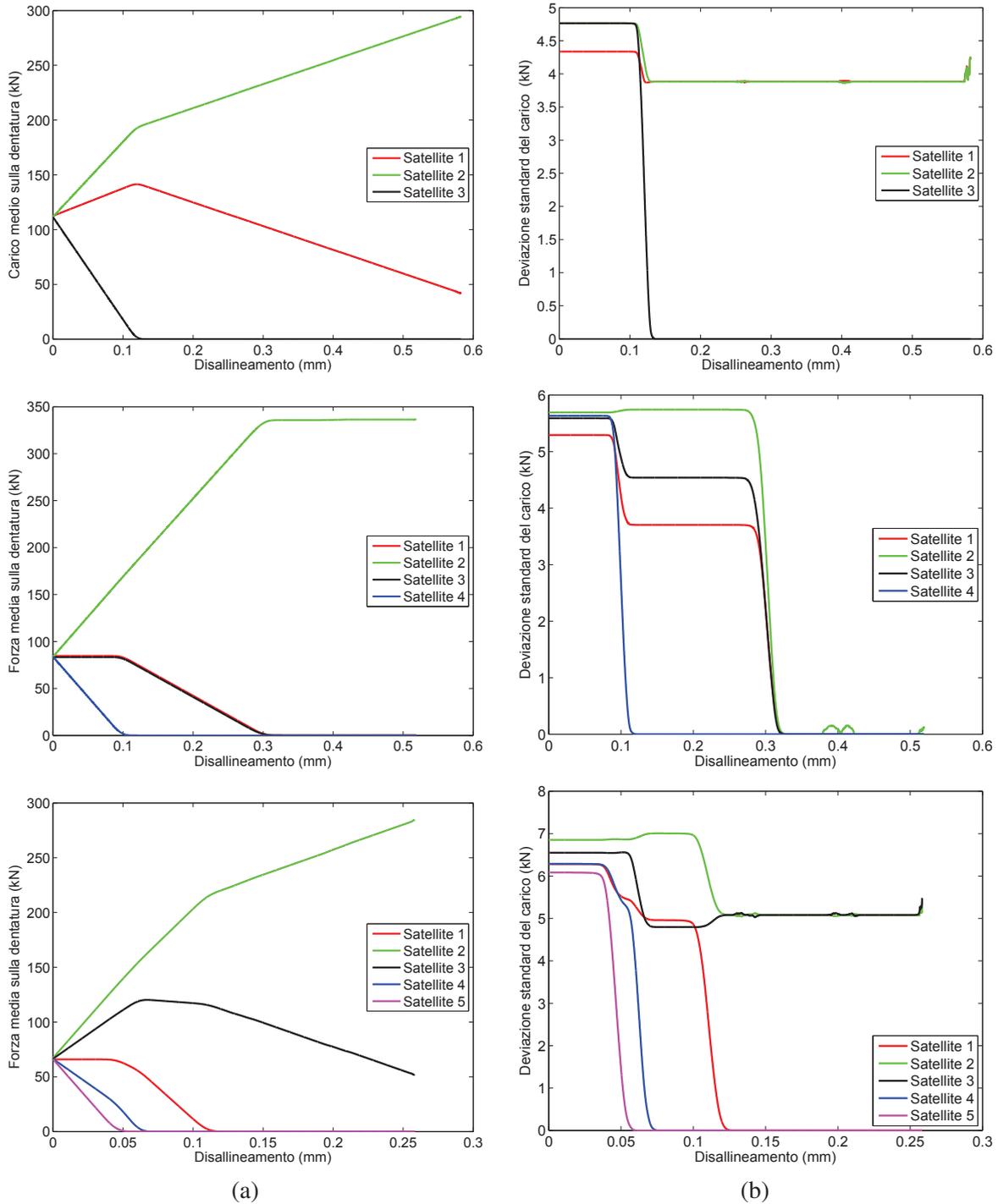


Figura 5. (a) Forze medie agenti sulla dentatura dei satelliti in funzione del disallineamento. (b) Deviazione standard del carico per giochi dei cuscinetti aleatori uniformemente distribuiti fra $80 \mu\text{m}$ e $120 \mu\text{m}$.

Per quanto riguarda la variazione di carico causata dal cambio del numero dei satelliti, si può osservare

che l'ovvia diminuzione del carico sulle dentature all'aumentare del numero di satelliti quando $\delta_y = 0$ (a parità di coppia esterna) non necessariamente implica un carico minore al crescere di δ_y . Infatti, ad esempio, nel caso $n_p = 4$ il massimo carico sull'ultimo satellite in presa è maggiore di quello calcolato per $n_p = 3$.

Nella figura 5 sono riportati il valor medio e la deviazione standard dei carichi sulle dentature dei vari satelliti per δ_y variabile nel range $0 \div 1$ mm, ma in nessuno in dei casi studiati si arriva a tale valore di δ_y in quanto si verificano dei contatti sul lato passivo per valori di $\delta_y < 1$ mm. Il gioco, aleatorio su ciascuno dei cuscinetti, è distribuito uniformemente nell'intervallo $80 \div 120 \mu\text{m}$. Si osserva un cambio di pendenza più liscio per i valori di δ_y per i quali si verifica il distacco di uno dei satelliti. Il risultato più interessante è la valutazione della dispersione della forza sui denti intorno al valore medio. Il valore tipico di tale dispersione per piccoli δ_y , a parità di geometria, di carico e di giochi, dipende dal numero di satelliti: 4% del carico per $n_p = 3$, 7% del carico per $n_p = 4$, 10% del carico per $n_p = 5$. La dispersione non dipende molto da δ_y , tranne quando si verificano perdite di contatto o incuneamenti. In tali casi si hanno variazioni abbastanza brusche della deviazione standard, le cui ampiezze dipendono dal numero di satelliti presenti nel rotismo e dal numero di altri satelliti in presa al momento del distacco. Nella maggior parte dei casi, il valore della dispersione diminuisce al crescere di δ_y , ma quando $n_p = 5$ talvolta possono avvenire dei leggeri aumenti.

8. CONCLUSIONI

Nel presente lavoro sono stati apportati dei miglioramenti a un modello analitico a parametri concentrati che permette di studiare il comportamento di riduttori planetari sottoposti a condizioni di carico rappresentate da una coppia applicata al portasatelliti e da un disallineamento tra albero di ingresso e albero di uscita. Sono stati inseriti i giochi dei cuscinetti e la possibilità di variarli in maniera aleatoria per poter effettuare delle simulazioni Monte Carlo.

Il modello consente pertanto di prevedere i potenziali regimi di funzionamento, e di valutare l'influenza dei parametri più significativi. In particolare, è possibile stimare come il fattore di carico si ripartisce sui vari satelliti, al variare delle condizioni di carico applicate, e di identificare in quali condizioni si verifica la perdita di contatto e/o l'incuneamento. In questo modo, è possibile determinare il massimo disallineamento ammissibile, una volta nota la geometria e della trasmissione. Il modello fornisce infine una stima dei carichi che il riduttore trasmette agli elementi ad esso collegati.

Il presente modello è stato implementato tramite un software in Matlab© ed è stato strutturato in modo tale da poter introdurre facilmente la deformabilità degli elementi attualmente supposti rigidi. Il modello rappresenta infine un'ottima base per lo studio della dinamica del rotismo, che sarà il prossimo principale sviluppo futuro del presente lavoro.

RINGRAZIAMENTI

Il presente lavoro è stato svolto e finanziato nell'ambito del contesto di ricerca Europeo Clean Sky.

BIBLIOGRAFIA

- [1] D. Filippi, Modello per il comportamento di trasmissioni epicicloidali di potenza in presenza di giochi, Tesi di Laurea magistrale in Ingegneria Meccanica, relatori M. Beghini, B. D. Monelli, M. Barsanti, Università di Pisa (9 luglio 2014).
- [2] M. Barsanti, M. Beghini, B. D. Monelli Sviluppo di un modello per lo studio delle azioni sulle dentature di rotismi epicicloidali impiegati in campo aeronautico, *Atti del XLIII Convegno AIAS*, Rimini, 9-12 Settembre 2014.
- [3] D. Filippi, M. Barsanti, M. Beghini, E. Ciulli, B. D. Monelli Development of lumped-parameters model for the study of the mechanical behavior of planetary gearings, *Proceedings of ACM 2015 Conference*, 5th-7th August 2015.

- [4] B. D. Monelli, M. Barsanti, M. Beghini, E. Ciulli, D. Filippi, Analysis of the mechanical behaviour of planetary gears for power transmissions, *Proceedings of ACM 2015 Conference*, 5th-7th August 2015.
- [5] A. Singh, Load sharing behavior in epicyclic gears: Physical explanation and generalized formulation, *Mechanism and Machine Theory*, 45, 511530, (2010).
- [6] A. Singh, Epicyclic load sharing map – Development and validation, *Mechanism and Machine Theory*, 46, 632646, (2011).
- [7] Y. Ping, D. JianNin, Y. JiChang, A fuzzy evaluating approach for load sharing characteristic of EGT based on manufacturing and assembly error characteristic, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 26, 11151120, (2005).
- [8] R. G. Parker, Yi Guo, Dynamic modeling and analysis of a spur planetary gear involving tooth wedging and bearing clearance nonlinearity, *European Journal of Mechanics A/Solids*, 29, 1022-1033, 2010.
- [9] Radzevich, S.P. (2012). *Dudley's Handbook of Practical Gear Design and Manufacture*, CRC Press Taylor & Francis Group, 2nd Ed., Boca Raton (FL), USA.