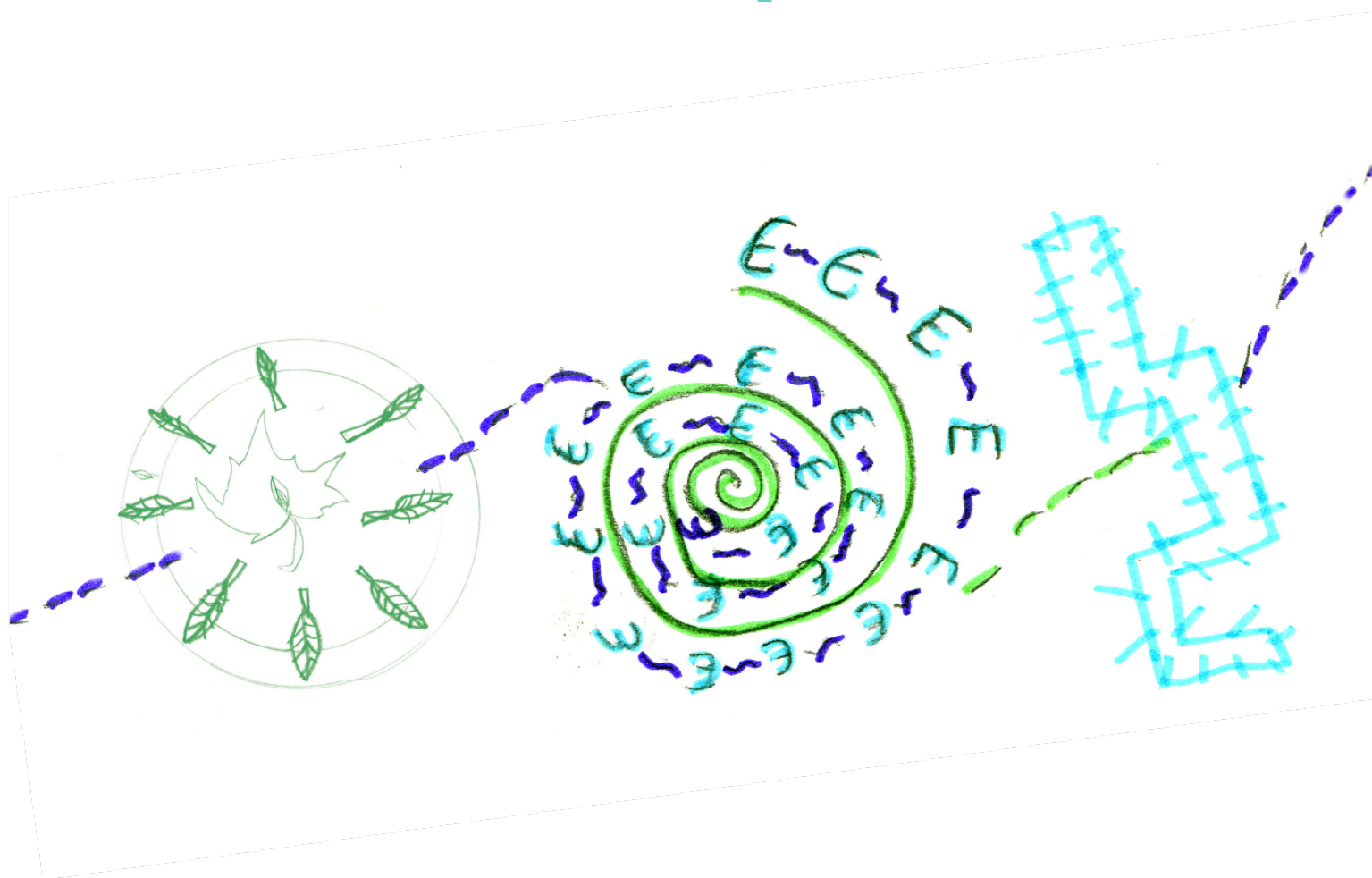


[shùxué] matematica, sguardi (d)alla Cina
è un **bel** problema...



$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

ricerche in didattica della matematica



[shùxué] matematica, sguardi (d)alla Cina
è un *bel* problema...





Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia Dipartimento di Educazione e Scienze Umane

Maria G. Bartolini Bussi _ Unimore, professore ordinario di didattica della matematica

Alessandro Rampoud _ Unimore, dottorando

Anna Baccaglini-Frank _ Unimore, ricercatrice

Maria Mellone_Unina, ricercatrice

Scuole Primarie_Reggio Emilia

E. Morante _ Loretta Maffoni, Carla Messori, Angela Marino, Monica Bonacini, insegnanti

San Bartolomeo _ Roberta Munarini, insegnante

G. Leopardi _ Linda Salsi, insegnante

Officina Educativa_Comune di Reggio Emilia

Eugenio Paterlini _ Responsabile Servizi Educativi Territoriali e Diritto allo studio

Anna Aloj, Debora Iori, Iride Sassi _ Equipe Ovest

CdR _ Centro di Ricerca dei linguaggi espressivi applicati alla didattica

Agnese Ferrari, Gabriele Codazzi, Eleonora Fiaccadori

SEI Gorillante _ Spazi Educativi Interdisciplinari

Elisa Taddei, Francesca Fiorini

Progetti con le scuole primarie *G. Leopardi, D. Alighieri* in collaborazione con

Tiziana Filippini, Paola Strozzi _ Pedagogiste Istituzione Scuole e Nidi d'Infanzia

Grafica di copertina a cura di Atelier Pomeridiano, Scuola Primaria D. Alighieri

Premessa

Eugenio Paterlini
Responsabile Servizi Educativi Territoriali e Diritto allo studio
Comune di Reggio Emilia

Questa pubblicazione nasce all'interno del progetto di collaborazione fra Università di Modena e Reggio Emilia, Officina Educativa, Comune di Reggio Emilia e Scuole Primarie del territorio¹.

Da sempre il Comune di Reggio Emilia non ha interpretato il proprio ruolo come mero erogatore di servizi, previsti dalla legge, ma ha cercato un protagonismo attivo nell'elaborazione culturale e pedagogica della scuola e ricercato occasioni di dialogo e ricerche comuni con l'Università.

La partecipazione di Officina Educativa all'esperienza della Scuola Estiva ha infatti radici più profonde che affondano in una comunanza di intenti e in una *vision* affine. E' ancora possibile oggi nelle nostre scuole la ricerca, la sperimentazione e l'innovazione didattica. Su questa scommessa l'amministrazione comunale non si è limitata a generici intenti ma ha riorientato e riorganizzato la sua intera gamma di servizi per i bambini e i ragazzi della scuola primaria e secondaria di primo grado. L'intento della nostra amministrazione trova, tra l'altro, ampio riscontro nei documenti Ministeriali e nelle nuove Indicazioni Nazionali per il curriculum. In esse ritroviamo attenzioni e sottolineature rilevanti, sia sul tema dell'offerta educativa di qualità, sia sul tema del compito educativo come responsabilità condivisa e diffusa oltre la scuola al territorio nel quale è radicata. Con Officina Educativa i ricercatori,



gli insegnanti ed educatori convergono nella ricerca comune di prerequisiti di qualità dei contesti formativi e si misurano in progettualità condivise.

La presenza degli educatori a fianco degli insegnanti favorisce un'attenzione particolare all'intersoggettività nei processi educativi, consente la strategia del piccolo gruppo, come luogo inclusivo di confronto ed elaborazione, stimola la sperimentazione di linguaggi differenti che orientano e sostengono diversi canali di accesso alla conoscenza.

La compresenza di differenti professionalità offre la possibilità di confronto fuori dall'autoreferenzialità e dalla solitudine e sostiene anche la documentazione, intento centrale in una progettazione didattica che voglia essere aderente ai processi di apprendimento dei bambini.

Lo scopo del lavoro di documentazione è raccogliere in forma cartacea e digitale le testimonianze, le riflessioni, le domande e la scelta dei quadri di riferimento epistemologici e teorici, guide del percorso di ricerca, co-progettato e co-costruito con insegnanti, educatori e ricercatori. Le esperienze condivise testimoniano la ricerca di confronto e scambio tra diverse professionalità, con l'intento di continuare a riflettere insieme su possibili strategie e progettazioni didattiche *con i bambini*.

Nelle pagine che seguono sono raccolte alcune sintesi legate ad esperienze curriculari nella Scuola Primaria reggiana *in didattica della matematica*.

Tale percorso si è caratterizzato sperimentando metodologie didattiche tratte da altri contesti culturali.

In particolare dalla struttura dei *problemi con variazione* (problemi a parole della tradizione cinese) sono stati indagati alcuni nodi cruciali quali :

-*numeri per contare, operazioni, composizione e scomposizione,*

-*introduzione all'algebra informale, equazioni figurali, rappresentazione segmentale.*

La scelta della metodologia di lavoro su cui abbiamo concentrato gli sforzi di ricerca è stata quella della *mediazione semiotica*, della centralità di *artefatti* e dei loro *schemi d'uso*.

La pubblicazione è suddivisa in quattro parti:

I parte: introduzione e quadro di riferimento teorico;

II parte: lezioni testimonianza e sintesi atti dei lavori di gruppo;

III parte: conclusioni e rilanci;

IV parte: Cd (allegato) con introduzione M.G.Bartolini Bussi, lezioni testimonianza.

1- L'Università, nello specifico il Dipartimento di Educazione e Scienze Umane, si propone di condurre ricerche scientifiche e attività didattiche nell'ambito dell'educazione, della formazione e dello sviluppo.

Il sistema scolastico statale della nostra città, è organizzato in 12 Istituti Comprensivi, vuole costruire reti scolastiche all'interno di un'organizzazione coerente con la sfida della continuità educativa, che tenga insieme l'attenzione alla territorialità e una possibile visione prospettica della città.

Officina Educativa, Servizio del Comune di Reggio Emilia, promuove un sistema cittadino di educazione diffusa per bambini, ragazzi e giovani, fondato sul diritto all'apprendimento, al benessere, alla partecipazione.

La discalculia

Riflessioni intorno al tema
"['shùxué] matematica sguardi (d)alla Cina.
È un bel problema..."

Anna Baccaglini Frank
Assegnista Unimore Dipartimento Educazione e Scienze Umane

1. Introduzione e inquadramento teorico

Con questo intervento vorrei arrivare a formulare riflessioni sulle osservazioni degli studi pilota svoltisi all'interno degli esperimenti didattici ispirati ai "Problemi con Variazione" della tradizione cinese. Le riflessioni sono fondate, a livello teorico, su alcune teorie della didattica della matematica e su scoperte neuro-scientifiche rilevanti per sviluppare pratiche didattiche appropriate anche a situazioni di difficoltà in matematica. Tali fondamenti teorici e scoperte hanno già consentito di gettare le fondamenta di un "quadro comune per gestire gli studenti con difficoltà in classe" (Grimed Baccaglini-Frank & Robotti, 2013) e di sviluppare, all'interno del progetto PerContare (progetto finanziato dalla Compagnia di San Paolo di Torino, Fondazione per la Scuola settembre 2011 - agosto 2014 si veda <http://percontare.asphi.it>), pratiche di "buona didattica" volte a diminuire le difficoltà in aritmetica di bambini delle classi prima e seconda della scuola primaria (rif. Grimed); inoltre vengono utilizzate anche a livello internazionale per descrivere nuovi modelli teorici che possano aiutare a descrivere profili di difficoltà in matematica - e allo stesso tempo tratti cognitivi rilevanti forti di ciascuno studente - e modalità efficaci di intervento (Karagiannakis, Baccaglini-Frank & Papadatou, 2014). La "buona didattica" indica una didattica che tenga conto di difficoltà tipiche di studenti, descritte nella letteratura, in modo da proporre attività che possano vedere coinvolti, il più possibile, tutti gli studenti della classe.

Tra i vari aspetti dell'attività di insegnamento-apprendimento, che tale didattica tiene in

considerazione, di particolare rilevanza per le nostre riflessioni in questo intervento riportiamo:

-il modello del triplo codice: (Dehaene, 1992), utile per riconoscere e valorizzare errori (ed in particolare di errori intelligenti) ricorrenti negli studenti oltre che per capire come intervenire didatticamente in maniera efficace con lo studente. Il modello viene usato per descrivere ipotesi riguardanti due forme "pure" di discalculia (Butterworth, 1999; Wilson & Dehaene, 2007; Rouselle & Noël, 2007; 2011).

-Il modello della memoria di lavoro (Baddeley & Hitch, 1974; Baddeley, 2000) secondo cui le operazioni caratterizzanti il funzionamento della memoria rispecchiano i principi di percezione, elaborazione, immagazzinamento e recupero delle informazioni che sono alla base dello stile di apprendimento. La memoria, infatti, richiede un processo di codifica, attraverso cui i ricordi si formano, e un processo di immagazzinamento delle informazioni, attraverso cui l'informazione è conservata nel tempo, e, infine, un processo di recupero, che consente di richiamare il ricordo. Alcune componenti fondamentali della memoria di lavoro sono: il taccuino visuo-spaziale che gestisce attività come l'orientamento, il disegno, l'interpretazione di cartine, la lettura e costruzione di grafici; il loop fonologico che gestisce attività come la lettura (e lo "spelling"), il vocabolario/lessico, la comprensione del testo (incluse lingue straniere) -questi due componenti interagiscono direttamente con la memoria a lungo termine; e l'esecutivo centrale che gestisce qualunque consegna nuova o complessa che richieda il processamento simultaneo e l'immagazzinamento di fatti in memoria.

-Stili d'apprendimento: ci sono diverse modalità di accesso alle informazioni che condizionano gli stili di apprendimento individuali cioè, i modi peculiari e stabili di percepire, elaborare, immagazzinare e recuperare le informazioni (Mariani, 2000). La ricerca ha individuato essenzialmente quattro canali sensoriali attraverso i quali si può accedere alle informazioni: visivo-verbale, visivo-non verbale, uditivo e cinestetico (Mariani 1996, 2000). I soggetti con difficoltà spesso prediligono per l'apprendimento canali di tipo visivo non verbale, cinestetico e uditivo (Stella, Grandi 2012). E' quindi verosimile pensare che l'uso di questi canali, intesi come supporto all'attività d'insegnamento, costituisca la base per una pratica didattica efficace capace di mediare gli stili di apprendimento peculiari ai ragazzi con difficoltà e DSA.

-L'importanza delle immagini mentali: Tulving e Thomson (1973) hanno enunciato l'importante principio della specificità di codifica, secondo cui soltanto ciò che è stato immagazzinato può essere recuperato e il modo in cui qualcosa può essere recuperato dipende dal modo in cui è stato immagazzinato. Il canale sensoriale più efficace per recuperare dalla memoria informazioni, è proprio quello con il quale tale informazione è stata memorizzata. Le informazioni vengono memorizzate costruendo immagini mentali sia statiche che dinamiche legate ai contenuti da memorizzare che ne permettono la rievocazione. Le immagini mentali migliorano le prestazioni di memoria rispetto ad una rappresentazione proposizionale dei ricordi (Pavio, 1971). Inoltre possono divenire modelli mentali. Tali modelli sono orientati ad una funzione cognitiva, piuttosto che

semplicemente a quella rappresentativa, e con essi sarà possibile pianificare la risoluzione di compiti. Una buona didattica mira a fornire e a far usare agli studenti rappresentazioni efficaci che possano diventare modelli mentali.

-L'uso di particolari artefatti fisici o virtuali/digitali: questi diventano strumenti didattici per costruire significati e modi di pensare matematici, come postulato dalla teoria della mediazione semiotica (Bartolini Bussi e Mariotti, 2009). Non ci soffermiamo oltre su questa teoria qui poiché è stata ampiamente trattata in altri interventi alla scuola estiva.

Useremo questi modelli neuro-scientifici e teorie di riferimento in didattica della matematica per inquadrare alcune scelte didattiche che portano allo sviluppo e all'uso di particolari rappresentazioni e per avanzare delle ipotesi intorno a cause che portano diversi bambini con difficoltà al successo (che caratterizzeremo qualitativamente nel seguito) lavorando nel contesto didattico presentato alla scuola estiva. Ricordiamo sin da ora che tali ipotesi dovranno essere testate con ulteriori studi specifici.

2. Analisi di esperienze di bambini con difficoltà

In questa sezione analizziamo i fondamentali temi cognitivi e didattici rispetto alle esperienze dei bambini con maggiori difficoltà (diagnosticate e non). I temi sono:

- I calcoli con le cannucce;
- le triplete presentate in classe prima;
- l'evoluzione delle rappresentazioni di situazioni problematiche;
- l'attenzione alla relazione;
- l'introduzione e l'uso delle rappresentazioni visuo-spaziali unidimensionali, o "segmenti";
- la partecipazione alle discussioni.

I calcoli con le cannucce

Dall'analisi di diversi video-registrazioni sono emerse diverse strategie immature usate all'inizio da molti bambini e persistenti a lungo in bambini con difficoltà. Per esempio, dall'analisi del video di una bambina che cerca di svolgere il calcolo $2+9$ con le cannucce (legate in fascetti da 10) si nota che la bambina: non inverte i numeri per cominciare dall'addendo più grande; racconta fino a 9 per estrarre le cannucce dal mucchietto invece di usare la relazione di complementarietà tra 1, 9 e 10; non slega il fascetto, ma sfila le cannucce, e questo può portare a leggere come "10" un fascetto di meno di 10 cannucce; non controlla i gruppi di cannucce sul banco, ma le mescola senza apparente intenzionalità; ha bisogno di contare di nuovo fino a 10 anche se con la maestra ha notato che dal fascetto di 10 era rimasta una sola cannuccia; fa fatica a ricordare la terminologia "decina" e "unità".

20

Da una situazione iniziale di questo tipo, la maestra ha lavorato con tutta la classe, e in particolare con i bambini con comportamenti simili a questa, per rafforzare modelli buoni di rappresentazione dell'operazione che facessero uso di modelli visivi e cinestetici e che fossero fondati sulla composizione e scomposizione dei numeri. Per esempio, in questo caso, la bambina ha poi lavorato disponendo le due numerosità di cannucce sul banco e imparando a ri-raggrupparle in maniera a lei utile per arrivare a legare decine o a riconoscere numerosità a lei familiari.

In questo modo il problema della somma per



la bambina è ridotto a ridisporre in maniera intelligente la quantità in modo da poterla facilmente leggere, in questo caso, come "dieci-uno" o "una decina e una unità" o "undici". Richiamando la tematica della "pre-algebra", affrontata più volte durante la scuola estiva, sottolineiamo come questi semplici problemi con le cannucce promuovano già una forma di pensiero algebrico, in quanto, come afferma Kieran (2004):

"Algebraic thinking in the early grades involves the development of ways of thinking within activities for which letter-symbolic algebra can be used as a tool but which are not exclusive to algebra and which could be engaged in without using any letter-symbolic algebra at all, such as, analyzing relationships between quantities, noticing structure, studying change, generalizing, problem solving, modelling, justifying, proving, and predicting" [p. xxx, enfasi aggiunta dall'autrice]

21

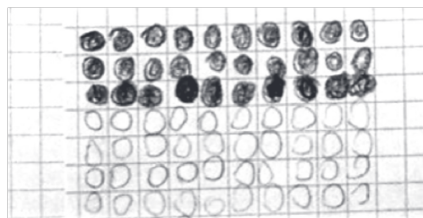
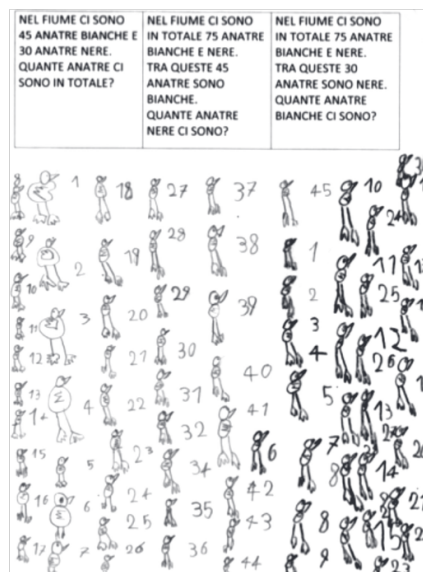
Triplette presentate in classe e partecipazione alle discussioni

Evoluzione delle rappresentazioni

Si veda, a fianco, la rappresentazione al primo problema della tripletta (perché non ha avuto tempo di pensare alle altre, probabilmente non perché ritenesse che una bastasse per tutte) proposta da un bambino di seconda con difficoltà. Il disegno mostra come il bambino presti attenzione ai dettagli: ogni anatra ha becco, ali, occhi e zampe. Dalla letteratura sappiamo che le rappresentazioni mostrano dov'è l'attenzione del bambino e che i bimbi con più difficoltà tendono a concentrarsi su dettagli che non hanno a che fare con la matematica nella situazione. Inoltre un eccesso di abbellimenti e dettagli appesantisce la memoria di lavoro (Mayer & Moreno, 2002; Mayer, 2001). Dunque, l'evoluzione a cui si mira da un punto di vista didattico dovrebbe portare ad una stilizzazione densa di significato matematico e da cui traspaiono fortemente le relazioni matematiche fondamentali.

Soprattutto con i bambini in difficoltà, quindi, si è lavorato per sostenerli nella produzione di rappresentazioni come quella riportata a destra. In questo caso ci si deve concentrare sull'elaborazione del rapporto "rappresentazione/traduzione matematica". Questa eventualmente prenderà la forma delle rappresentazioni visuo-spaziali unidimensionali (o "segmenti"). Si fa leva sul dominio visuo-spaziale che è "potente" soprattutto per i bambini con difficoltà) e lo si usa in modo attivo, creando rappresentazioni, e imparando a dirigere l'attenzione su quello che

importa matematicamente in (modo da poter prendere buone decisioni rispetto alla soluzione matematica richiesta (di nuovo entra in gioco l'esecutivo centrale).



22

Attenzione alla relazione

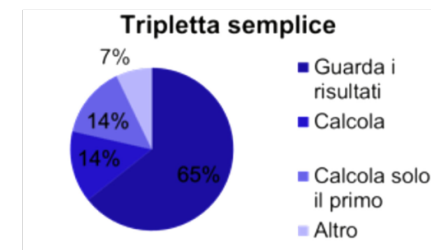
I tre problemi presentati insieme sembrano alleviare la difficoltà cognitiva, forse perché "dispensano" il bambino dal calcolo perché possa concentrarsi sulla relazione tra i numeri in gioco. In un video, per esempio, vediamo Christian (classe seconda) che esplicita come ha scoperto quante anatre c'erano soltanto cercando bene nei dati degli altri problemi della tripletta. Il bambino usa un'eloquente gestualità per spiegare come vede le anatre "riunite" (primo problema della tripletta) o quando "le togliamo via" (secondi due problemi) e senza esitazione va a cercare di volta in volta nei testi degli altri problemi le numerosità che gli servono per dire, rispettivamente, quante anatre ci sono in tutto e quante anatre sono in disparte (come indica nel gesto o "tolte via" come dice a voce).

Abbiamo trovato vari episodi che indicano l'uso di strategie simili da parte di altri bambini con difficoltà nelle varie classi sperimentali. Per esempio, in una quarta, Julian interviene in una discussione sottolineando la relazione che ha colto tra i diversi numeri in gioco. Addirittura si perde nel cercare di eseguire dei calcoli, ma riesce a venirne a capo perché ha colto la relazione tra i numeri in gioco. Questo episodio è anche rappresentativo del fatto - osservato in diverse classi - che i bambini con difficoltà, nel contesto dei problemi con variazione, spesso sono in grado di partecipare maggiormente e con successo (rispetto alla comprensione degli altri bambini) alle discussioni perché sembrano portare una "visione d'insieme" che consente, da un lato, loro di capire la situazione e, dall'altro, agli altri bambini di

23

vedere la situazione in modo nuovo.

Un'ultima testimonianza ci viene fornita da un bambino con difficoltà (certificate) di seconda che dice: "Maestra, non sono tanto bravo in italiano, ma in matematica sono bravissimo! So sempre risolvere i problemi, basta guardare la lunghezza del testo e cercare bene i dati!" Questa strategia è completamente in linea con quanto rilevato da prove somministrate a fine anno in questa classe. La strategia maggiormente usata da tutti i bambini a cui vengono presentate tre variazioni (in qualsiasi ordine) di un problema è di "guardare i risultati" cioè di "cercare bene i dati" come dice il nostro bimbo nella sua testimonianza.



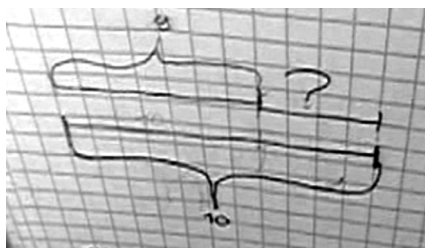
Perché in questo contesto i bambini sembrano riuscire a concentrarsi maggiormente sulla relazione tra i numeri? Un'ipotesi abbastanza plausibile è che sia necessaria impiegare meno memoria di lavoro (risorsa di cui spesso i bambini con difficoltà mancano) anche se i numeri sono grandi. Inoltre vengono utilizzati i domini visuo-spaziale e numerico anziché quello linguistico (più debole in chi ha un disturbo di natura verbale). Dunque se tradizionalmente l'attenzione deve essere rivolta al testo qui l'attenzione può presto passare alla relazione tra i numeri, consentendo

anche una maggiore attivazione dell'esecutivo centrale per dare significato alla situazione problematica e trovare strategie per risolverla – cosa che in genere non succede in una didattica tradizionale in cui per i cosiddetti “problemi” sono già date le procedure di risoluzione: si pensi, per esempio, a quando si legge il titolo di sezione “problemi additivi” e poi si chiede al bambino di “risolvere un problema” descritto a parole subito sotto...cosa dovrà mai fare se non un'addizione con i numeri che trova nel testo?.

L'introduzione e l'uso delle rappresentazioni visuo-spaziali unidimensionali, o “segmenti”

La testimonianza di un bambino di classe quinta che descrive la rappresentazione riportata qui sotto ci fa capire che per lui non importa la lunghezza dei segmenti in assoluto ma solo la loro relazione; sceglie numeri piccoli perché “si capiscono”, e consentono di “vedere quello che mi manca e lo so calcolare”

“Le parole spesso mi ingannano, ma con i segmenti non mi fregano più perché vedo subito come mettere insieme i numeri”.



In generale questo bambino, come molti degli altri con difficoltà ha apprezzato da subito questo tipo di rappresentazione, mostrando di capirla e di essere in grado di produrla e di utilizzarla. Perché? Ecco alcune ipotesi.

Quando usa le rappresentazioni visuo-spaziali unidimensionali: non deve tenere in mente una procedura ma solo rappresentare la situazione e poi interpretare la rappresentazione (alleggerimento della memoria); può lasciar stare i numeri e concentrarsi sulla struttura (tutte le risorse cognitive possono andare lì dove servono); se si perde nei calcoli può tornare a controllare la rappresentazione; può assicurarsi che i numeri che trova siano coerenti con la rappresentazione. Rispetto al modello della memoria di lavoro, si può pensare che venga alleggerito il carico del taccuino visuo-spaziale e che il ricorso alla memoria a lungo termine venga ridotto a richiamare conoscenze sulla composizione e scomposizione (complementarietà) dei numeri. Inoltre probabilmente, l'esecutivo centrale viene sollecitato maggiormente perché, a differenza che in altre tipiche situazioni didattiche, in questo contesto i bambini devono dare significato a ciò che fanno e, ancora prima decidere cosa fare perché sia efficace per risolvere il problema con cui hanno a che fare. Rispetto ai canali di accesso e produzione alle/delle informazioni, il canale visivo non-verbale sembra essere quello usato maggiormente. Questo è uno dei canali generalmente più forti soprattutto per studenti con difficoltà a base linguistica (per esempio nel caso di DSA come la dislessia).

3. Conclusioni

In definitiva, possiamo concludere che le rappresentazioni introdotte siano efficaci. Sia con tripletta di problemi che con le rappresentazioni visuo-spaziali unidimensionali: l'attenzione sembra essersi spostata, anche per i bambini con difficoltà, dalla procedura per ottenere un “risultato” alla relazione tra i numeri in gioco. Inoltre, il tipo di pratiche didattiche introdotte e discusse sembrano offrire maggiori possibilità a tutti i bambini di partecipare alle discussioni. Abbiamo, in particolare, osservato che: spesso sono i bambini con maggiori difficoltà ad intervenire e a mostrare i loro modi di pensare; in questo modo partecipano alle conquiste intellettuali della classe; spesso portano un punto di vista nuovo e più generale. Ricordiamo, infine, i limiti di questa ricerca che non è stata condotta in particolare con bambini con difficoltà, ma con classi intere, in un'ottica inclusiva (ma questo non era obiettivo iniziale esplicito della sperimentazione) e sottolineiamo alcuni tipi di studio auspicabili per la ricerca futura: studi specifici rispetto a questi contenuti matematici esplicitamente condotti con bambini con difficoltà d'apprendimento; studi comparativi per analizzare gli effetti di interventi come quelli descritti su bambini con difficoltà ma di cui si hanno dati sull'efficienze del loro canale visivo non-verbale; studi per confermare o meno le ipotesi sul ruolo dell'esecutivo centrale in queste attività.