

DdM

04

## Didattica della Matematica

Dalla ricerca alle pratiche d'aula

“Quale mestiere farò  
nel mio futuro?”

*Monica Ronco*

Mi descrivi il tuo disegno del Mattoncino  
Lego? Un'esperienza didattica di matematica  
nella scuola dell'infanzia

*Benedetto Di Paola e Antonella Montone*

Algoritmi spontanei  
in classi multiculturali

*Giovanni Giuseppe Nicosia*

Dall'utilizzo degli artefatti  
ai significati matematici: il ruolo  
dell'insegnante nel processo  
di mediazione semiotica

*Maria Alessandra Mariotti  
e Andrea Maffia*

Il Rally matematico e la cooperazione  
tra allievi di scuola elementare

*Silvia Magnone*

“Io e la matematica”: un'indagine  
sull'esperienza matematica

*Andrea Capozio, Davide Passaro  
e Pietro Di Martino*

Giocare per imparare,  
imparare a giocare

*Fania Coluccia  
e Francesca Rosini*

## Riflessione e ricerca

DdM

# “Io e la matematica”: un’indagine sull’esperienza matematica

## “Me and mathematics”: a survey about mathematical experience

Andrea Capozio\*, Davide Passaro\* e Pietro Di Martino\*

\*Data Analyst in HR Development & Compensation – Enel S.p.A., Italia

\*Liceo Classico Sperimentale “Bertrand Russell” – Roma, Italia

\*Dipartimento di matematica – Università di Pisa, Italia

**Sunto** / Scopo di questo articolo è quello di esaminare il rapporto delle persone con la matematica e il suo insegnamento. Attraverso la somministrazione di un questionario online (domande con risposta libera testuale) viene chiesto ai partecipanti di indicare in particolare le emozioni associate alla matematica e la propria esperienza con essa. I risultati della survey sono analizzati mediante tecniche statistiche di Natural Language Processing, tra tutte la Sentiment Analysis e il POS Tagging. Viene studiata la dipendenza delle emozioni riguardanti la matematica dal livello e tipologia di istruzione dei partecipanti all’indagine; in particolare viene posta l’attenzione sulle principali critiche al metodo di insegnamento emerse tra i giovani.

Parole chiave: didattica della matematica; analisi statistica; aspetti affettivi; analisi del sentiment; metodi didattici.

**Abstract** / The purpose of this article is to examine the relationship between people and mathematics and the teaching. Through a survey (with free textual answers) the participants' emotions associated with mathematics and their own experience with it are investigated. The results are analyzed with Natural Language Processing statistics, including Sentiment Analysis and POS Tagging. The relationship between emotions concerning mathematics and respondents' educational level is studied; particular attention is focused on the main criticisms of the teaching method that emerged among young people.

Keywords: Mathematics education; statistical survey; affective issues; sentiment analysis; teaching methods.

## 1 Premessa

Le difficoltà che gli studenti incontrano nello studio della matematica sono purtroppo diffuse a tutti i livelli scolari e, oltre che nella percezione di insegnanti e studenti – che riconoscono la matematica spesso come bestia nera – sono ben documentate negli ultimi 15 anni anche da diversi dati ufficiali. Si va dal dato impressionante che, nel 2007 portò l’allora ministro Fioroni ad emettere un apposito comunicato stampa del MIUR per l’emergenza matematica: praticamente emerse che uno studente su due tra quelli con debito formativo alla scuola secondaria di secondo grado<sup>1</sup>, aveva un debito in matematica; a quelli che emergono dalle rilevazioni internazionali (OECD, 2015) e nazionali (INVALSI, 2017) e che mostrano un Paese spaccato in due sulla matematica: con zone di nicchia che viaggiano su livelli di eccellenza e altre zone in cui la percentuale di quello che viene definito analfabetismo matematico è

1. La scuola secondaria di secondo grado è detta in Canton Ticino scuola medio superiore.

elevatissima (quasi uno studente su tre tra quelli all’uscita dell’obbligo scolastico). Del resto tali difficoltà sono oggetto di studio di ampia parte della ricerca in didattica della matematica, che cerca di comprenderne le cause, individuare i fattori di diversa natura che incidono sul fenomeno e sviluppare – a partire da tali conoscenze – percorsi per la prevenzione e il superamento delle difficoltà (vedi ad esempio Baccaglioni, Di Martino, Natalini & Rosolini, 2018; Zan, 2007).

In particolare, lo studio dei fattori che influiscono sulle difficoltà in matematica ha ben presto rivelato come un ruolo cruciale sia giocato dai cosiddetti fattori affettivi, quali convinzioni, emozioni e atteggiamenti (McLeod, 1992).

In questa ottica, l’indagine “Io e la matematica” nasce da un’idea di Rosetta Zan e Pietro Di Martino che hanno condotto uno studio teorico per la caratterizzazione del costruito di atteggiamento nei confronti della matematica (Di Martino & Zan, 2010; 2011), basato sulla raccolta e analisi di circa 2.000 temi autobiografici dal titolo “Io e la matematica”.

L’analisi di tali temi ha portato diverse informazioni sul rapporto che gli studenti hanno con la matematica.

In particolare, relativamente alla paura della matematica, la ricerca ha mostrato:

1. la diffusione della paura di sbagliare tra gli studenti, che risulta essere l’emozione più associata alla matematica;
2. l’influenza della paura di sbagliare non solo nel rapporto affettivo dell’allievo con la disciplina, ma anche nelle prestazioni cognitive. Diversi studi (vedi ad esempio Zan, 2007) mostrano come la paura di sbagliare possa alterare e inibire i processi di pensiero; questa influenza è avvertita da chi prova tale emozione in matematica ed è spesso raccontata nelle biografie;
3. la diffusione di questa paura sin dal primo ciclo di istruzione.

L’indagine in esame, prendendo le mosse da questo background di risultati di ricerca in didattica della matematica, ha cercato di raccogliere ulteriori informazioni sul rapporto che gli adulti e studenti hanno con la matematica. Da quest’esigenza di raccolta di ulteriori elementi per indagare tale connessione è nata pertanto la collaborazione tra *Math is in the Air* ([www.mathisintheair.org](http://www.mathisintheair.org)) e i due ricercatori Zan e Di Martino.

Per offrire degli spunti interpretativi completi a chi legge questo articolo è necessario premettere che *Math is in the Air* è un progetto dedicato alla divulgazione della matematica che coinvolge oltre venti fra matematici, fisici, statistici e ingegneri e ha come obiettivo quello di fare divulgazione della disciplina in particolare partendo da temi applicativi. I primi due autori di questo lavoro sono tra i responsabili del progetto.

Il sito, nato a fine 2014, ha sviluppato nel tempo una ampia comunità di lettori, anche grazie ad alcuni riconoscimenti come l’essere stato finalista al *Premio Nazionale della Rete* nel 2015 nella categoria “Divulgazione” e al *Premio Nazionale per la Divulgazione Scientifica* promosso dalla Associazione Italiana degli Editori.

Fra questi lettori una presenza significativa è rappresentata da insegnanti di discipline scientifiche (in particolare matematica e fisica).

Potendo quindi contare su una vasta platea di visitatori (135.000 accessi nel 2016 e 147.000 nel 2017) si è deciso di utilizzare lo strumento dell’indagine on-line, consapevoli dei limiti di questa scelta (a partire dall’impossibilità di ottenere un campione determinato su basi di campionatura statistica).

Le risposte ottenute hanno coinvolto utenti attenti alle tematiche trattate dal sito e, per mezzo dell’invito fatto agli insegnanti, anche gli studenti di scuola secondaria di secondo grado.

In base all’età dei partecipanti e al titolo di studio, è stato possibile discriminare,

all’interno del campione, il gruppo appartenente alla categoria “studenti”.

Nei prossimi paragrafi verranno presentate l’indagine, le tecniche statistiche utilizzate e sarà fornita una interpretazione dei risultati ottenuti.

In questo contesto d’introduzione all’articolo ci sembra importante fare una precisazione di natura metodologica sul tipo di indagine realizzata, che si differenzia dalla più ampia ricerca sui temi da cui ha preso spunto.

In tale ricerca era stato scelto dagli autori di utilizzare nell’analisi dei problemi dell’educazione matematica un paradigma di tipo interpretativo, che riflette l’evoluzione dello statuto delle discipline quali le scienze sociali o la psicologia rispetto a quello normativo; quest’ultimo, presente nei primi studi sull’atteggiamento verso la matematica, mira a individuare rapporti di causa/effetto, determinare leggi in grado di “spiegare” i fenomeni osservati al pari di quello che succede nelle scienze sperimentali.

L’approccio interpretativo, applicato ai problemi dell’educazione matematica, assume invece come non riducibile in termini di causa ed effetto la complessità dell’allievo e del processo di apprendimento/insegnamento, e mira a “capire”, cioè ad interpretare, i comportamenti osservati.

Nel caso di questa indagine, pur confermando la scelta dell’approccio interpretativo, per le citate limitazioni intrinseche dello strumento (che però ha avuto il vantaggio di raccogliere un significativo numero di dati in poco tempo) si è optato per l’utilizzo di una analisi statistica, sviluppata al giorno d’oggi per analizzare la grande quantità di dati dei social network (Ceron, Curini & Iacus, 2013). Questo non vuol ovviamente dire che si stiano suggerendo inferenze deterministiche e normative, l’approccio rimane interpretativo e anti-positivista.

## 2 L’indagine

---

L’indagine statistica si è svolta dal 26/10/2017 al 08/12/2017 mediante un apposito questionario online (<http://www.mathsintheair.org/wp/indagine-sulla-matematica>). Il questionario è composto da 10 domande (alcune a risposta chiusa, altre a risposta aperta), frutto del confronto tra gli autori rispetto alla significatività prevista (anche in termini di categorizzazione) dei dati che si possono ottenere dalle risposte a tali domande:

1. Qual è la tua età?
2. Quale è il tuo grado di istruzione?
3. Quali scuole hai frequentato (o stai frequentando)?
4. Con quali aggettivi (da 1 a 3) descriveresti la matematica?
5. Quali emozioni associ alla matematica?
6. Descrivi sinteticamente il tuo rapporto con la matematica.
7. Descrivi il tuo rapporto con la matematica con una sola parola.
8. Dell’insegnamento della matematica cosa non hai apprezzato?
9. In quale momento della tua vita hai “amato” di meno la matematica?
10. In quale momento della tua vita, invece, l’hai “amata” di più?

Hanno partecipato al questionario **3.491** persone, di cui **3.232** in maniera completa. Ai fini dell’analisi è stata considerata la popolazione che ha risposto a tutte le domande del questionario.

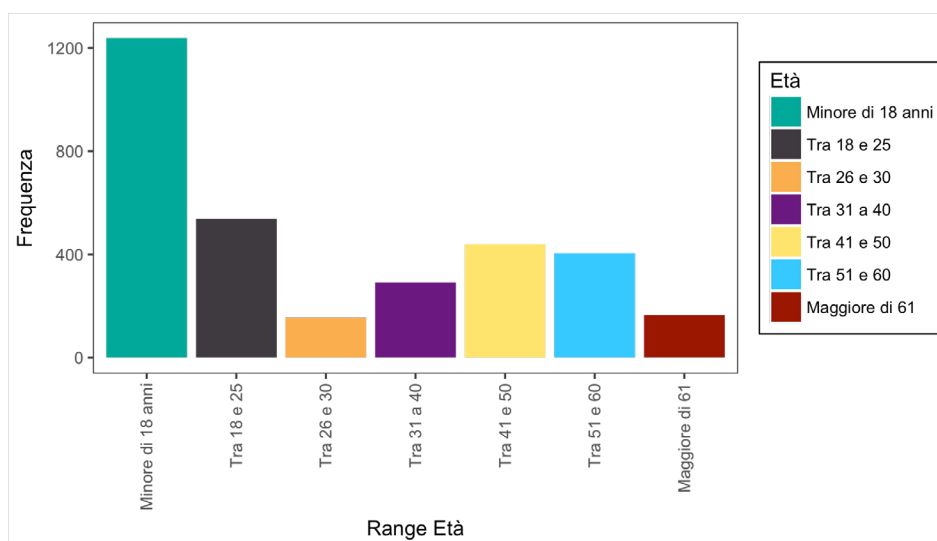
## 3 L’analisi

L’analisi dei dati è stata effettuata mediante il software statistico R, richiamando alcuni servizi esterni (ad esempio TreeTagger per la parte di POS Tagging <http://www.cis.uni-muenchen.de/~schmid/tools/TreeTagger/>). L’infografica è stata invece realizzata tramite appositi programmi di grafica.

### 3.1 I dati descrittivi

In prima istanza sono stati analizzati i dati descrittivi del campione che ha partecipato alla nostra indagine. In particolare, sono state analizzate le risposte alle prime 3 domande del questionario, relative alle dimensioni: **Età** (Figura 1 e Tabella 1), **Titolo di Studio** (Figura 2 e Tabella 2) e **Tipologia di Scuola secondaria di secondo grado frequentata** (Figura 3 e Tabella 3).

Da notare come la maggior parte dei partecipanti abbia un’età inferiore ai 18 anni (diploma di Terza Media come Titolo di Studio). Questo è un aspetto importante in quanto ci dice che la maggior parte delle risposte alle domande provengono da ragazze e ragazzi che vivono ancora quotidianamente lo studio della matematica nelle scuole secondarie di secondo grado (su tutte il Liceo Scientifico).



**Figura 1**  
Suddivisione dei rispondenti per range di età.

Età	Numerosità	Percentuale
<18	1.238	38%
18-25	538	17%
26-30	154	4%
31-40	291	9%
41-50	440	14%
51-60	405	13%
>60	166	5%

**Tabella 1**  
Suddivisione dei rispondenti per range di età.

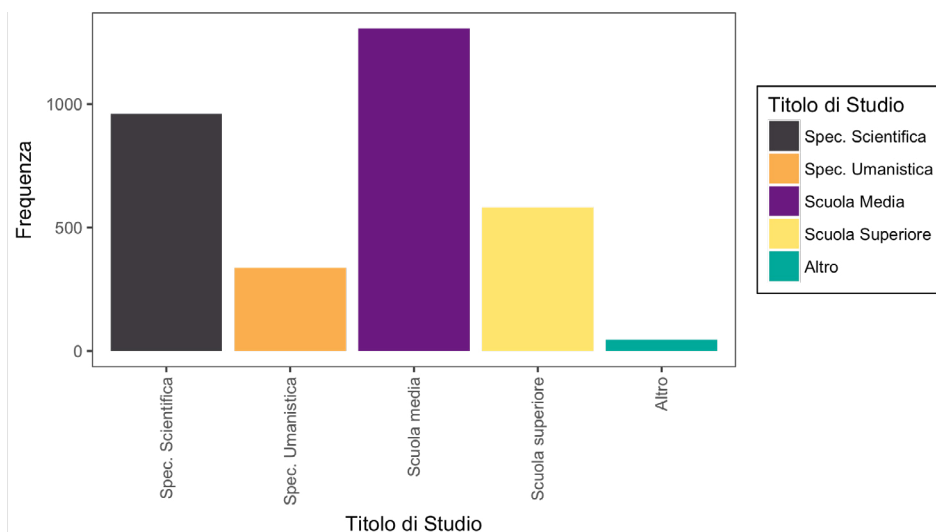


Figura 2  
Suddivisione dei rispondenti per Titolo di Studio.

Titolo di Studio	Numerosità	Percentuale
Laurea/Master/Dottorato in ambito scientifico	961	30%
Laurea/Master/Dottorato in ambito umanistico	338	10%
Scuola secondaria di secondo grado	581	18%
Scuola media	1.306	40%
Altro	46	2%

Tabella 2  
Suddivisione dei rispondenti per Titolo di Studio.

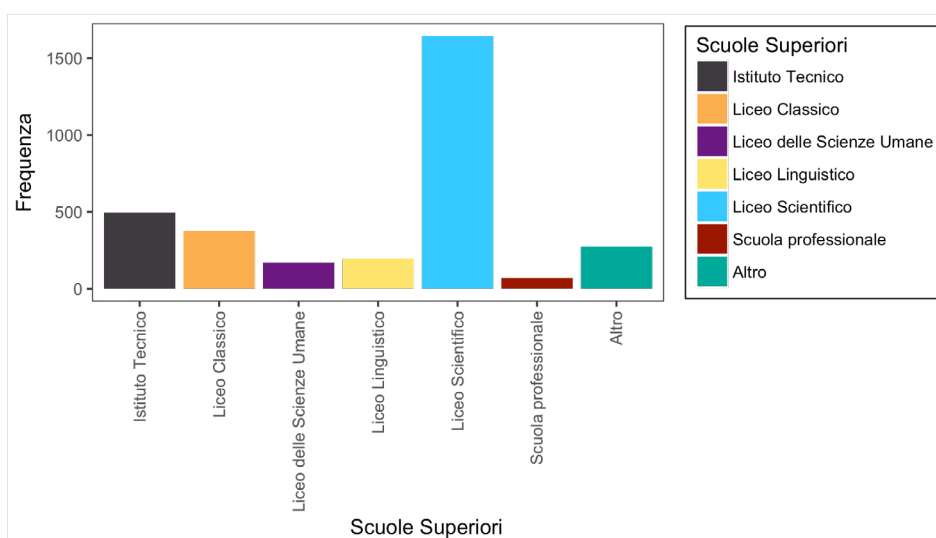


Figura 3  
Suddivisione dei rispondenti in base alle Scuole secondarie di secondo grado frequentate.

Scuola secondaria di secondo grado	Numerosità	Percentuale
Scuola Professionale	72	2%
Liceo Linguistico	198	6%
Liceo delle Scienze Umane	173	5%
Liceo Scientifico	1.645	51%
Liceo Classico	376	12%
Istituto Tecnico	494	15%
Altro	274	9%

**Tabella 3**  
Suddivisione dei rispondenti in base alle Scuole secondarie di secondo grado frequentate.

Il dato sulla tipologia di scuola dei rispondenti fornisce un importante fattore per l’analisi dei dati raccolti: il campione è fortemente caratterizzato da chi frequenta o ha frequentato Licei ed in particolare Licei Scientifici (che assorbono la maggioranza assoluta dei rispondenti).

Lo storico dei dati sulle iscrizioni degli ultimi anni mostra come i Licei si attestino in totale intorno al 55% (e il Liceo Scientifico da solo intorno al 25%), gli Istituti Tecnici intorno al 30% e gli Istituti Professionali intorno al 15% (<http://www.indire.it/2018/02/08/iscrizioni-online-licei-ancora-in-crescita-li-sceglie-il-553-dei-ragazzi/>). Questa caratterizzazione del nostro campione non è di per sé sorprendente (la ricerca è stata sviluppata e pubblicizzata attraverso canali di blog matematici) e conferma la non rappresentatività statistica del campione. Allo stesso tempo, proprio la caratterizzazione del campione permette di evidenziare (come discuteremo) la presenza ampia – e dunque la rilevanza – di fenomeni di ostilità nei confronti della matematica anche in contesti che dovrebbero accogliere prevalentemente chi, almeno in partenza, ha un buon rapporto con la matematica.

### 3.2 Il periodo migliore e peggiore con la matematica

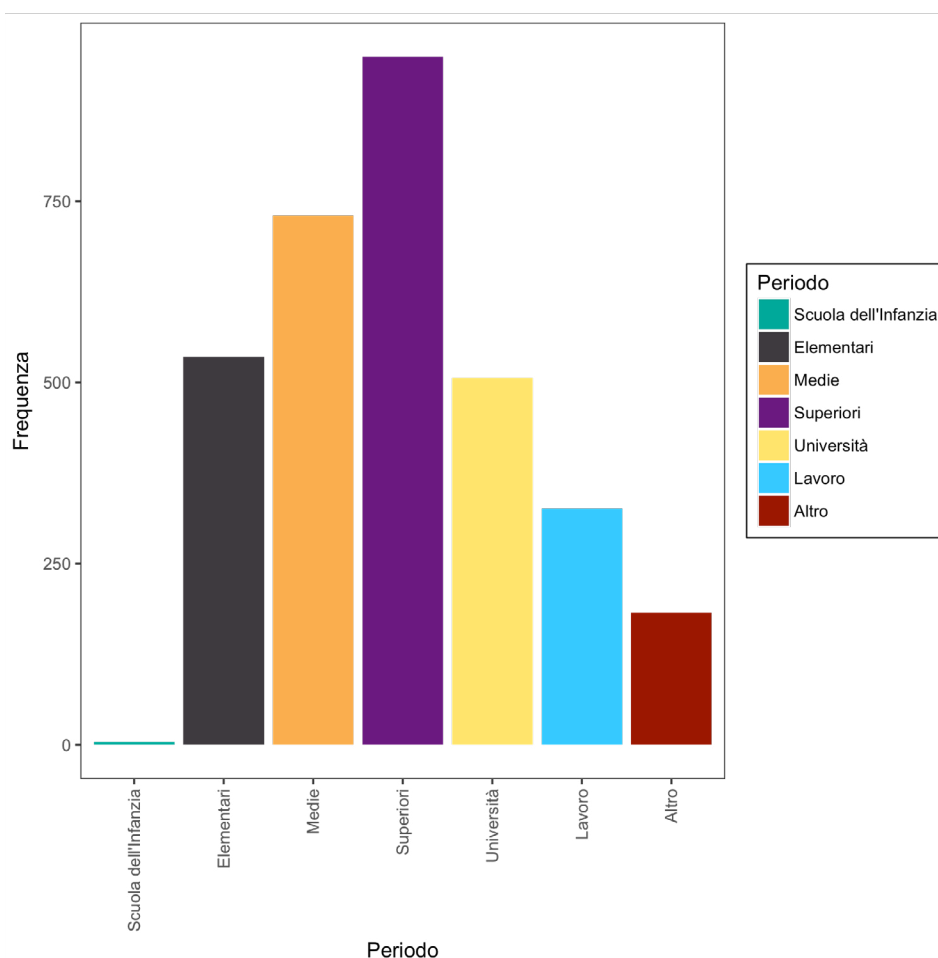
In seguito sono state esaminate le risposte alle domande 9 e 10 del questionario, in particolare i periodi in cui i rispondenti dichiarano di aver amato di più (Figura 4 e Tabella 4) e amato di meno (Figura 5 e Tabella 5) la matematica. Ricordiamo che una grossa fetta degli intervistati è composta da giovani ancora alle prese con la scuola secondaria (38% sotto i 18 anni). Ne emerge come la scuola secondaria di secondo grado sia la più scelta (sia per indicare il periodo di maggior passione per la matematica, sia per quello di minor passione). Da sottolineare, seppure non particolarmente significativa, è la presenza di casi anomali che creano rumore nei dati: ad esempio 2 persone aventi licenza media come grado di istruzione hanno indicato l’Università come periodo di maggior affetto verso la Matematica, mentre sono 4 i rispondenti con titolo di licenza media ad aver indicato l’Università come periodo di minor affetto. Nel primo caso (periodo di maggior affetto, Tabella 4) tali risposte sono dovute ad errata comprensione della domanda, mentre nel secondo caso (periodo di minor affetto, Tabella 5) si tratta di sarcasmo da parte dei rispondenti.

Nello studio narrativo di Di Martino e Zan, un aspetto interessante è l’analisi dell’evoluzione del rapporto con la matematica raccontata da chi scrive. Facendo riferimento in partenza ai tipi fondamentali di sviluppo di un testo narrativo: “progressivo”,



“regressivo”, “stabile” (Lieblich, Tuval-Mashiach & Zilber, 1998), Di Martino e Zan (2005) individuano in generale cinque categorie di rapporto con la matematica: costantemente alto (stabile); costantemente basso (stabile); alti e bassi (combinazione di più tipi fondamentali); in calando (regressivo); in crescendo (progressivo). Dal loro studio emerge come nessuna di queste categorie sia vuota e che comunque la maggior parte delle storie non è stabile.

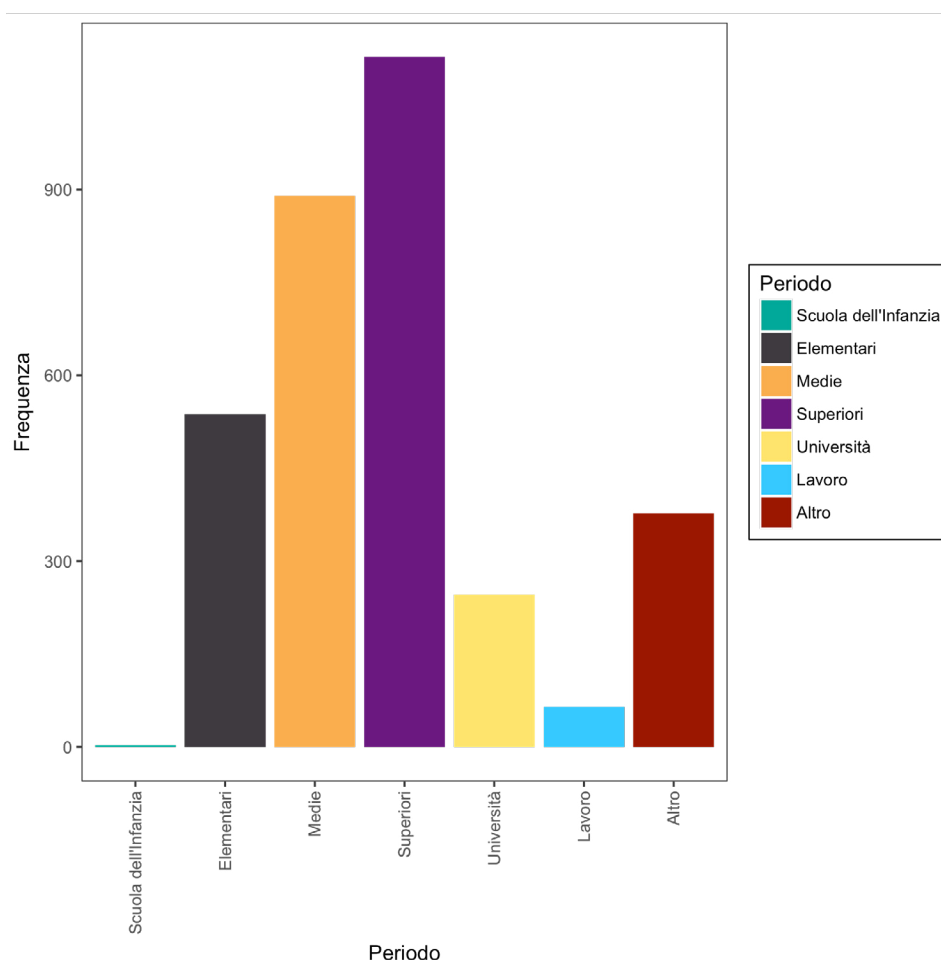
Le domande 9 e 10 forzavano a scegliere (e quindi a posizionarsi come non stabili), ma il fatto che quantitativamente emerga la scuola secondaria di secondo grado manda un messaggio chiaro: si incide (nel bene e nel male) sul rapporto con la matematica anche a livello di scuola secondaria di secondo grado. Questa consapevolezza è importantissima in ottica di lavoro sulle difficoltà e contraria all’opinione che non si possa incidere su ragazzi che “ormai hanno un atteggiamento negativo verso la matematica”.



**Figura 4**  
Suddivisione dei rispondenti per periodo di maggior affetto verso la matematica.

Periodo	Titolo di Studio					Totale	%
	Spec. Scientifica	Spec. Umanistica	Scuola superiore	Scuola Media	Altro		
Scuola dell'infanzia	0	0	0	4	0	4	0,1%
Elementari	39	55	75	351	15	535	16,6%
Medie	82	77	101	449	21	730	22,6%
Secondarie di secondo grado	224	76	205	438	6	949	29,4%
Università	379	30	95	2	0	506	15,6%
Lavoro	183	68	65	7	3	326	10,1%
Altro	54	32	40	55	1	182	5,6%

**Tabella 4**  
Suddivisione dei rispondenti per periodo di maggior affetto verso la matematica, in base al livello di istruzione.



**Figura 5**  
Suddivisione dei rispondenti per periodo di minore affetto verso la matematica.

Periodo	Titolo di Studio					Totale	%
	Spec. Scientifica	Spec. Umanistica	Scuola superiore	Scuola Media	Altro		
Scuola dell'infanzia	1	0	0	1	1	3	0,1%
Elementari	138	35	70	279	15	537	16,6%
Medie	213	75	152	435	15	890	27,5%
Secondarie di secondo grado	230	165	234	480	5	1.114	34,5%
Università	155	22	62	4	3	246	7,6%
Lavoro	44	13	6	1	1	65	2,0%
Altro	180	28	57	106	6	377	11,7%

**Tabella 5**  
Suddivisione dei rispondenti per periodo di minore affetto verso la matematica, in base al livello di istruzione.

### 3.3 Il rapporto con la matematica e l’analisi delle emozioni

L’analisi delle emozioni è una particolare analisi statistica applicata a dei dati di tipo testuale, allo scopo di determinare lo stato d’animo (sentiment) di chi scrive rispetto a un particolare tema.

Ad esempio si può determinare la reazione degli utenti riguardo a un particolare prodotto di un’azienda a partire dalle recensioni inserite sul Web oppure riguardo a uno specifico evento (elezioni, manifestazioni sportive, ecc.) tramite il flusso di tweet/post su Twitter e Facebook.

Nel nostro caso i dati su cui calcolare il sentiment sono i commenti dei partecipanti al questionario sul proprio rapporto con la matematica (singoli aggettivi caratterizzanti e breve descrizione dell’esperienza e le emozioni associate alla matematica).

Per effettuare l’analisi delle emozioni sono stati utilizzati due approcci:

- utilizzo delle Dandelion<sup>2</sup> API<sup>3</sup> per analisi su dati di tipo testuale;
- utilizzo di dataset di parole negative/positive.

2 – 3

Le emozioni rispetto alla matematica sono state misurate con il primo approccio, prendendo in considerazione le risposte aperte alla domanda *Descrivi sinteticamente il tuo rapporto con la matematica*. In sostanza viene richiamato un servizio online (il calcolo del sentiment) al quale vengono passati dei dati (le risposte alla domanda in questione) e questo restituisce per ciascuna risposta l’emozione associata.

Il servizio utilizzato analizza la struttura e il contenuto del singolo commento e attribuisce a questo uno tra i 3 valori di reazione emotiva (positivo, negativo, neutrale) in base a una scala di valori numerici compresi tra -1.0 (*estremamente negativo*) e 1.0 (*estremamente positivo*). La fascia di neutralità è compresa invece tra -0.5 e 0.5.

2. <https://dandelion.eu>

3. Acronimo di Application Programming Interface, sono delle librerie di funzioni che permettono a un programmatore di interagire con un programma o una piattaforma software richiamandone alcuni servizi da utilizzare. Rendere disponibile un set di API di un software significa dare la possibilità ad altri di interagire con la sua piattaforma e, soprattutto, estendere le funzioni e le caratteristiche della struttura base della stessa. In sostanza, le API sono un valido strumento per diffondere un programma lasciando ad altri stabilire la modalità di interazione.

Ad esempio, si considerino i seguenti commenti dati dai partecipanti e il relativo sentimento attribuito dal servizio:

- «ottima, è sempre stata la mia materia preferita» **POSITIVO**
- «la matematica è la materia con cui ho più affinità per questo mi piace molto» **POSITIVO**
- «rapporto quotidiano che mi permette di comprendere meglio la realtà che mi circonda» **NEUTRALE**
- «la matematica per me è complicata ma permette di rispondere a tanti perché» **NEUTRALE**
- «mi impegno per cercare di capire ragionando ma quando non riesco a risolvere un procedimento mi do per vinta» **NEGATIVO**
- «non mi fa impazzire si svolge ma senza emozioni» **NEGATIVO**

È evidente che anche questa analisi “algoritmica” ha alla base decisioni di fondo soggettive su cosa e quando si possa parlare di testo associato ad un’emozione positiva/negativa: se è vero infatti che molti commenti sono in qualche modo chiaramente associabili ad un’emozione positiva o negativa (ovvero si può pensare che ci sarebbe un accordo molto ampio sulla classificazione anche fosse fatta manualmente), in altri casi la scelta è probabilmente più discutibile, basata su sfumature e certamente non univocamente determinata. L’ultimo esempio fatto è paradigmatico di questo, si può pensare – come fatto dall’analisi proposta – che la frase evidenzi un sentiment negativo, ma allo stesso tempo è sostenibile anche una posizione che assegna alla stessa frase un sentiment più neutro. Insomma algoritmico non è sinonimo di oggettivo e ci sembra importante sottolinearlo.

Venendo all’analisi globale, è emerso che il 40% dei partecipanti ha/ha avuto un rapporto negativo con la matematica.

Sentiment Rapporto con la Matematica		
Sentiment	Conteggio	Percentuale
Positive	791	24
Neutral	1.151	36
Negative	1.290	40

**Tabella 6**  
Suddivisione dei rispondenti in base al rapporto emotivo con la matematica.

Successivamente è stato misurato il sentiment per i vari aggettivi forniti come risposta alla domanda *Con quali aggettivi (da 1 a 3) descriveresti la matematica?*

Prima di effettuare il calcolo del sentiment per i vari aggettivi è stata effettuata una pulizia delle risposte da tutte le parole che non fossero aggettivi; inoltre per evitare duplicati in base al genere o al numero (ad esempio *bello/bella/belle/belli*), tutte le varie declinazioni di un aggettivo sono state riportate al maschile singolare. In questo caso è stata effettuata un’analisi grammaticale delle risposte, anche detta “Part of Speech (POS) Tagging”.

Il POS Tagging consiste nell’assegnazione a una parola della categoria morfo-sintattica cui questa appartiene. Le categorie principali sono nomi, verbi, avverbi, articoli, pronomi e così via.

Nel nostro caso questa classificazione preliminare è stata effettuata con un programma di Tagging, il *TreeTagger* prodotto e rilasciato dal Center for Information

and Language Processing dell’Università Ludwig-Maximilians di Monaco di Baviera. Successivamente il set di aggettivi è stato confrontato con un dataset di parole già classificate secondo il sentiment positivo/negativo.

Al fine di valutare con facilità gli aggettivi positivi e negativi maggiormente ricorrenti, sono state realizzate due nuvole di parole (wordcloud) distinte (Figura 6 e Figura 7). Una nuvola di parole è una rappresentazione grafica di dati testuali, usata in particolare per la visualizzazione di parole chiave sul web o di testo in forma libera. Le modalità di visualizzazione di una nuvola variano a seconda della particolare necessità. Il criterio adottato in questa analisi consente una rapida visione degli aggettivi maggiormente frequenti: viene dapprima assegnata una dimensione al font per la rappresentazione di ciascun aggettivo in maniera direttamente proporzionale alla frequenza dello stesso; successivamente i termini vengono collocati, a partire dal centro della nuvola, seguendo l’ordine decrescente delle frequenze. In pratica, le parole più usate nei testi che abbiamo raccolto sono inserite nel centro e hanno una dimensione maggiore alle altre (dipendente linearmente dal numero di volte che compare nei testi: cioè se una parola X compare 5 volte e una parola Y compare 10 volte, la parola Y sarà più centrale nella nuvola e avrà dimensione doppia della parola X).

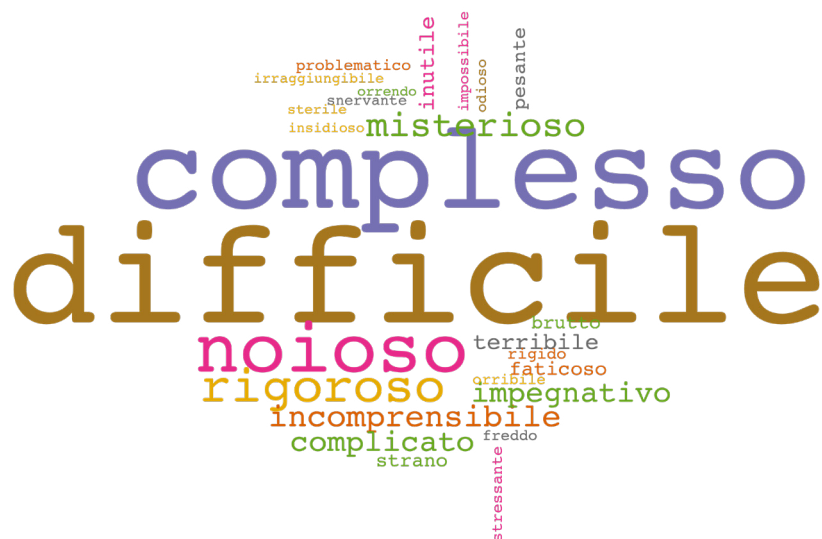


Figura 6  
Aggettivi con sentiment negativo.



Figura 7  
Aggettivi con sentiment positivo.

Emergono aspetti quali l’utilità e il fascino (*interessante, affascinante, intrigante*); inoltre è significativo come ricorrano parecchi termini legati al divertimento che scaturisce dallo studio e la pratica della matematica (ad esempio *divertente, giocoso, piacevole*). In chiave negativa sono invece da considerare aspetti come la complessità, il rigore e l’eccessivo formalismo dai quali scaturisce una repulsione verso la matematica, che viene avvertita inoltre come *incomprensibile, pesante e impossibile*. D’altra parte, anche in questo caso, ci sono analisi controverse: come discusso nella ricerca di Di Martino e Zan (2005), l’aggettivo “difficile” non è associato sempre a sentimenti negativi, così come la percezione di complessità. In questi casi, lo studio citato, mostra come non sia la complessità/difficoltà della matematica in assoluto a stimolare sentimenti negativi verso la matematica, ma la percezione di non essere in grado di affrontare tale complessità. Insomma la differenza viene fatta dal rapporto tra l’idea che la matematica sia complessa e la percezione di sé come *matematico*. Nei casi in cui la percezione di sé è alta, la complessità è considerata uno degli aspetti positivi della matematica. La disposizione emozionale rispetto alla difficoltà dipende molto dalla percezione di competenza in matematica che il soggetto ha: riuscire (o percepire di riuscire) in una sfida difficile è spesso motivo di grande soddisfazione. Questo aspetto trova ulteriore conferma nell’analisi delle emozioni associate alla matematica. In **Figura 8** e **Figura 9** sono state riportate rispettivamente le emozioni negative e positive suscitate dalla matematica nei rispondenti al questionario. Per l’analisi delle risposte testuali date alla domanda *Quali emozioni associ alla matematica?* è stato utilizzato lo stesso approccio adottato per lo studio degli aggettivi utilizzati per descrivere la matematica, suddividendo le parole tra positive e negative tramite un confronto con dataset di parole già classificate per tipo di reazione.



Figura 8  
Emozioni negative associate alla matematica.

La nuvola in **Figura 8** conferma, anche per il nostro campione (che come detto è comunque fortemente caratterizzato), quanto discusso negli studi precedenti di Di Martino e Zan. In particolare, emergono emozioni negative molto forti (*frustrazione, rabbia, disperazione, odio, disgusto*) e sedimentate (*ansia, paura*). Tipicamente questo quadro, che nasce da esperienze ripetute di fallimento, può portare a provare – a priori – disagio nei confronti di qualsiasi situazione matematica: disagio a priori spesso legato ad un senso di impotenza. Impotenza (presente nella nuvola word cloud al centro sulla destra) che può trasformarsi nel fenomeno noto in letteratura come “learned helpness” (McLeod & Ortega, 1993) e che mina l’efficacia di qualsiasi tentativo di recupero: l’allievo è convinto di non potercela fare in matematica e, coerentemente con questa convinzione, rinuncia ad investire risorse per cambiare la propria situazione. Particolarmente interessanti da questo punto di vista (anche a livello di pratica didattica per il recupero) sono gli studi di Wiener (1986) sulle attribuzioni causali di successo/fallimento. Wiener descrive le tre dimensioni principali secondo cui classificare le attribuzioni causali: interne/esterne, stabili/instabili, controllabili/incontrollabili. La dimensione di stabilità e quella di controllabilità sono quelle più importanti in ottica di recupero: dagli studi di Di Martino e Zan (2005) emerge come spesso lo studente in difficoltà attribuisca il fallimento a cause che lui riconosce come incontrollabili e stabili, sviluppando la convinzione che non ci sia niente da fare. Un altro fattore di continuità con gli studi citati è il riferimento importante al tempo. Nonostante che ovviamente “tempo” non sia un’emozione, evidentemente al “tempo in matematica” è associata un’emozione negativa e questo dovrebbe farci riflettere come insegnanti. Il tempo è considerato un nemico in matematica da molti studenti: dall’analisi dei temi di Di Martino e Zan emerge come molti studenti in difficoltà abbiano la percezione che potrebbero farcela se fosse dato loro “più tempo”. Al di là del fatto che questa convinzione sia fondata o meno, fatto sta che di per sé il fatto che uno studente possa pensare questo è evidentemente frustrante.



**Figura 9**  
Emozioni positive associate alla matematica.

La nuvola delle emozioni positive, evidenziando come *soddisfazione* sia l’emozione positiva più ricorrente, sembra rafforzare la convinzione che la considerazione di complessità possa avere un ruolo in tale soddisfazione. L’appagamento dato dal riuscire a risolvere qualcosa di complesso è motivo di *gioia, orgoglio ed eccitazione*.

Dal punto di vista quantitativo, si è voluto analizzare anche le correlazioni statistiche tra le emozioni (indicate con la variabile SENTIMENT) e le dimensioni relative a Titolo di Studio, Età e Scuola. È stata studiata in particolare la dipendenza della variabile SENTIMENT rispetto alle altre dimensioni.

Nel nostro caso l’indipendenza è stata misurata utilizzando il test del  $\chi$  quadrato (test tra i più noti a livello statistico) e per ciascuna coppia SENTIMENT-Dimensione è stato calcolato il *valore p* per verificare la significatività statistica della relazione (valore di soglia fissato ad  $\alpha=0,05$ ).

Per significatività statistica si intende invece, in termini semplicisti, che ciò che viene osservato difficilmente è dovuto al caso. Il livello di significatività di un test viene scelto dallo sperimentatore, ma di solito viene scelto un livello di probabilità pari al 5%. Questa probabilità, detto *valore p*, rappresenta una stima quantitativa della probabilità che le differenze osservate siano dovute al caso. Un valore di *p* vicino a 0 significa che c’è una bassa probabilità che la differenza osservata sia dovuta al caso. La variabile SENTIMENT risulta essere in una relazione di dipendenza rispetto alle dimensioni Età, Titolo di Studio e Scuola, in quanto i valori di significatività risultano essere tutti inferiori al valore soglia da noi stabilito.

Coppia di Variabili	<i>valore p</i>
SENTIMENT-Età	5.435e-07
SENTIMENT-Titolo di Studio	3.822e-16
SENTIMENT-Scuola	0.00013

Nei grafici che seguiranno è mostrata la natura della dipendenza della variabile SENTIMENT rispetto alle tre dimensioni Età, Titolo di Studio e Scuola, ossia come i 3 valori emozionali (negativo, neutrale, positivo) si relazionano ai rispettivi delle altre variabili.

A ciascuna coppia di possibili valori viene associato un valore numerico che rappresenta l’intensità della relazione tra la coppia di valori delle variabili in esame (tale valore viene detto *residuo* ed è la differenza tra il valore reale – il numero di co-occorrenze – e il valore atteso dato dalla statistica).

I valori dei grafici mostrati di seguito vanno letti nel seguente modo:

- pallini positivi in blu: valori positivi in una cella indicano un’alta presenza nella popolazione in esame di unità che sono descritte dal valore della riga e dal valore della colonna;
- pallini negativi in rosso: valori negativi stanno a significare una scarsa presenza nella popolazione in esame di unità che sono descritte dal valore della riga e dal valore della colonna.

Ad esempio, nel grafico che analizza la dipendenza tra i valori dell’Età e quelli del sentiment (Figura 10), emerge come le persone di età inferiore ai 18 anni abbiano un tipo di reazione principalmente negativo (pallino blu intenso nella cella *negativo – minore di 18 anni*) rispetto a quello positivo (pallino rosso intenso nella cella *positivo – minore di 18 anni*); d’altra parte persone con età superiore ai 51 anni tendono a mostrare un atteggiamento prevalentemente positivo verso la matematica (pallini blu nelle celle *positivo – tra 51 e 60* e *positivo – maggiore di 61* e pallini rossi nelle rispettive celle del sentiment negativo). In questo caso è possibile anche una



interpretazione sul particolare campione: nel caso degli studenti, sono state coinvolte intere classi; gli over 50 sono invece persone che hanno deciso di partecipare probabilmente da frequentatori del sito [www.mathisintheair.org](http://www.mathisintheair.org) e quindi interessati alla matematica.

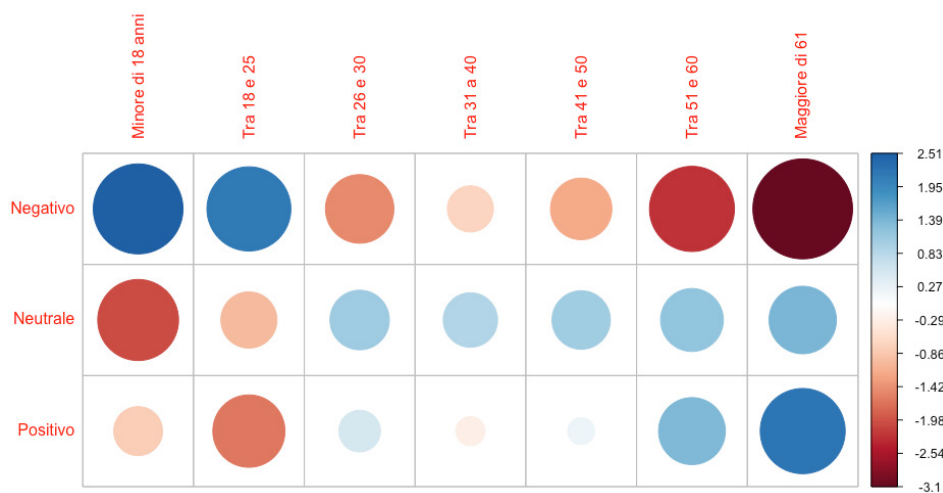


Figura 10  
Relazione tra i valori della coppia di variabili SENTIMENT-Età.

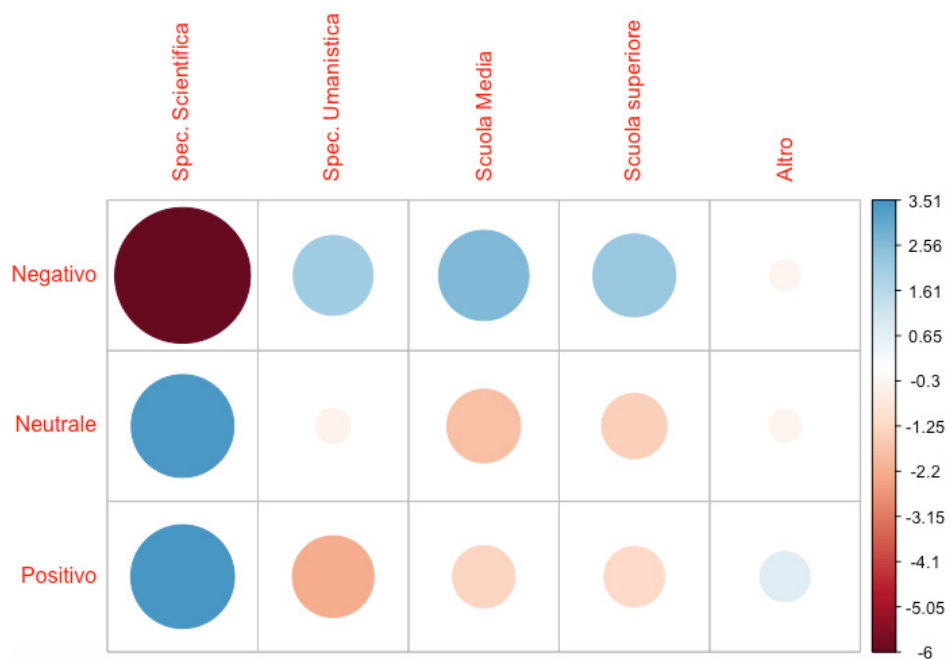


Figura 11  
Relazione tra i valori della coppia di variabili SENTIMENT-Titolo di Studio.

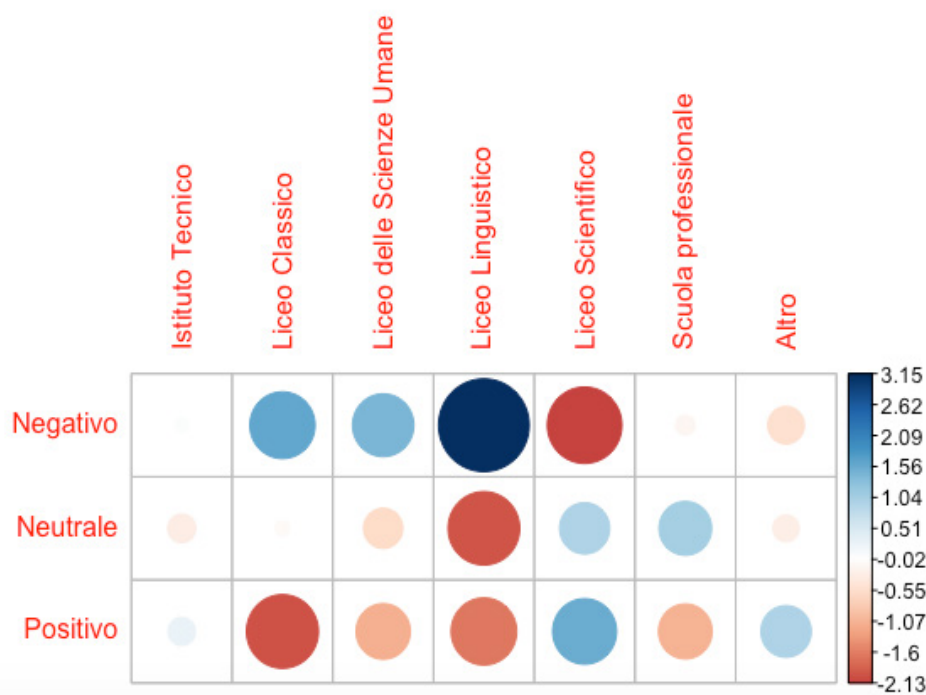


Figura 12  
Relazione tra i valori della coppia di variabili SENTIMENT-Scuola.

Dagli altri 2 grafici (Figura 11 e Figura 12) emerge in maniera abbastanza netta un forte apprezzamento della matematica da parte di chi ha già conseguito una specializzazione scientifica e una notevole avversione da parte di partecipanti che frequentano o hanno frequentato scuole superiori a indirizzo umanistico (tra tutte il Liceo Linguistico).

### 3.4 Analisi Testuale sull’Insegnamento

Una nota di rilievo è stata data alle risposte fornite da parte dei ragazzi sotto i 18 anni alla domanda *Dell’insegnamento della matematica cosa non hai apprezzato?*

A tale scopo sono stati raccolti tutti i trigrammi più rilevanti.

Per  $n$ -gramma si intende una sequenza contigua di  $n$  parole in una data sequenza di testo. Pertanto sono state raccolte tutte le sequenze contigue formate da 3 parole. Successivamente, per ciascuna sequenza, è stato effettuato il POS tagging delle 3 singole parole della sequenza. Infine è stato calcolato un indice di significatività testuale (*IS Index*, in cui intervengono la frequenza della sequenza, la frequenza delle singole parole costituenti la sequenza e il POS Tagging di questi ultimi).



Figura 13  
Trigrammi più frequenti tra gli under 18.

Dall’analisi emerge come vengano percepiti negativamente la velocità delle spiegazioni, la ripetitività degli esercizi e la mole di formule da dover imparare. Riteniamo che questi aspetti, soprattutto se collegati a quanto evidenziato dalla precedente ricerca sui temi effettuata da Di Martino e Zan, forniscano una importante indicazione su alcune problematiche della pratica didattica che influiscono negativamente sugli atteggiamenti che gli studenti sviluppano nei confronti della matematica.

Pur essendo consapevoli dell’esiguità e non rappresentatività del campione di popolazione coinvolto nell’indagine, pensiamo che quanto emerso potrebbe essere utile alla riflessione di un insegnante di matematica.

Sicuramente, fra le tante criticità dell’insegnamento della matematica, i problemi riscontrati nell’indagine (spiegazioni troppo veloci, esercizi ripetitivi e sforzi mnemonici) sembrano essere aspetti su cui potrebbe essere più semplice per un docente agire e modificare la propria pratica didattica.

Se da una parte, come già indicato in precedenza, le analisi sin qui emerse sono da contestualizzare su un campione in larga parte costituito da studenti del Liceo Scientifico (57% degli under 18), dall’altra va sottolineato come le difficoltà emerse nel rapporto con la matematica siano condivise tra tutta la popolazione giovanile esaminata.

## 4 Conclusioni

---

Scopo di questa indagine è stato quello di analizzare il rapporto di una parte di studenti e adulti con la matematica, in particolare le emozioni ad essa associate.

L’indagine è partita da una precedente ricerca svolta in ambito affettivo e, utilizzando nuovi strumenti di analisi (su dati di tipo testuale) si è concentrata sulle emozioni suscitate dalla matematica: se da un lato emerge un sentimento di paura e ostilità verso la matematica dato dall’astrusità dei concetti o da un senso di inadeguatezza, dall’altro spicca invece il senso di fascino e sfida dato dal cimentarsi nello studio e dal possibile piacere e appagamento che ne deriva.

Tra i giovani sono stati indagati con maggiore attenzione inoltre gli aspetti negativi legati all’insegnamento ricevuto; questo viene percepito come sbrigativo e monotono e, come conseguenza, la matematica viene vista come un’attività meccanica e noiosa.

L’indagine, pur fortemente condizionata dalla predominanza di ragazzi frequentanti scuole secondarie, ha fornito interessanti risposte e chiavi di lettura su questa relazione, utili ai docenti per una possibile rimodulazione della propria metodologia di insegnamento e dell’approccio con i propri studenti.

---

### Bibliografia

Baccaglioni Frank, A., Di Martino, P., Natalini, R., & Rosolini, G. (2018). *Didattica della matematica*. Milano: Mondadori.

Ceron, A., Curini, L., & Iacus, S. (2013). *Social media e sentiment analysis. L’evoluzione dei fenomeni social attraverso la rete*. Springer.

Di Martino, P., & Zan, R. (2005). *Raccontare il contare: l’incontro scontro con la matematica nei*

resoconti degli allievi. In P. Gisfredi (A cura di), *Itinerari tra storie e cambiamento. Momenti e processi Formativi* (pp. 105-126). Bologna: CLUEB.

Di Martino, P., & Zan, R. (2010). “Me and maths”: Towards a definition of attitude grounded on students’ narratives. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13(1), 27-48.

Di Martino, P., & Zan, R. (2011). Attitude towards mathematics: A bridge between beliefs and emotions. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 43(4), 471-482.

INVALSI. (2017). Rilevazione nazionale degli apprendimenti 2016/17. Disponibile in [http://www.invalsi.it/invalsi/doc\\_eventi/2017/Rapporto\\_Prove\\_INVALSI\\_2017.pdf](http://www.invalsi.it/invalsi/doc_eventi/2017/Rapporto_Prove_INVALSI_2017.pdf) (consultato il 28.06.2018).

Lieblich, A., Tuval-Mashiach, R., & Zilber, T. (1998). *Narrative research. Reading, analysis, and interpretation*. SAGE Publications.

McLeod, D. (1992). Research on affect in mathematics education: a reconceptualization. In D. Grows (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 575-596). McMillan Publishing Company.

McLeod, D., & Ortega, M. (1993). Affective issues in mathematics education. In P. S. Wilson (Ed.), *Research Ideas for the Classroom: High School Mathematics* (pp. 21-36). New York: McMillan Publishing Company.

OECD. (2015). *PISA 2015 Result in focus*. Disponibile in <https://www.oecd.org/pisa/pisa-2015-results-in-focus.pdf> (consultato il 28.06.2018).

Zan, R. (2007). *Difficoltà in matematica. Osservare, interpretare, intervenire*. Springer.

Weiner, B. (1986). *An attributional theory of motivation and emotion*. New York: Springer-Verlag.

---

**Autori/Andrea Capozio\*, Davide Passaro\* e Pietro Di Martino\***

\*Data Analyst in HR Development & Compensation – Enel S.p.A., Italia

\*Liceo Classico Sperimentale “Bertrand Russell” – Roma, Italia

\*Dipartimento di matematica – Università di Pisa, Italia

[andreacapozio@gmail.com](mailto:andreacapozio@gmail.com), [passaro.fk@gmail.com](mailto:passaro.fk@gmail.com), [pietro.di.martino@unipi.it](mailto:pietro.di.martino@unipi.it)